

PC 構造へのハイアラキ RC 要素の適用に関する 基礎的検討

函館工業高等専門学校 正員 ○渡辺 力
長岡技術科学大学 名誉教授 正員 林 正
川田テクノシステム株式会社 正員 齋藤道生

1. まえがき

鋼・コンクリート複合構造物の全体解析において、鉄筋コンクリート床版の等価剛性を正確に評価することを目的にハイアラキ RC 要素を開発している¹⁾。本要素はハイアラキソリッド要素に鉄筋を埋め込んだ要素で、ソリッド要素の一般化変位を鉄筋の変位関数に用いて軸方向に級数展開することにより、鉄筋位置での要素分割を必要としない。さらに、ソリッド要素内に多数の鉄筋を任意の方向に配置できる。

本研究では、RC 要素をプレストレストコンクリート構造に拡張するために、ハイアラキ RC・PC 要素に関する基礎的な検討を実施する。この要素では、鉄筋や PC 鋼材をケーブル要素でモデル化してソリッド要素内に埋め込み、プレストレスは初期応力として定式化する。本報告では、ハイアラキ RC・PC 要素を PC 床版の曲げ解析に用いて、精度を検証した結果を報告する。

2. ハイアラキ RC・PC 要素

ハイアラキ RC・PC 要素は図-1(b) のようにソリッド要素に鉄筋や PC 鋼材を埋め込んだ要素である。定式化にあたってはコンクリートを線形弾性体と仮定し、クリープなどの影響は無視する。また、鉄筋や PC 鋼材などはケーブル要素でモデル化する。

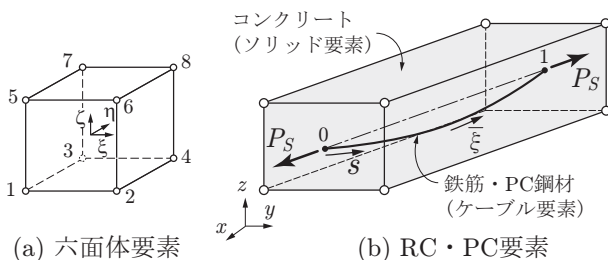


図-1 RC・PC 要素

(1) 変位関数

ソリッド要素の変位関数を次式で与える²⁾。

$$u = f^T u, \quad v = f^T v, \quad w = f^T v \quad (1)$$

ここに、 u, v, w は全体デカルト座標軸方向の並進変位の成分で、 u などはそれらの一般化変位ベクトル

である。 f は形状関数ベクトルである。

ケーブル要素の両端 0, 1 を結ぶ軸線上に自然座標 $\bar{\xi}$ をパラメータとする曲線座標 s をとる。ケーブル要素の変位にバーを付けて表すと、ケーブル上の任意点 c ($\xi = \bar{\xi}_c$) の変位はソリッド要素の変位関数により次式で与えられる。

$$\bar{u}_c = f_c^T u, \quad \bar{v}_c = f_c^T v, \quad \bar{w}_c = f_c^T w \quad (2)$$

ここに、 f_c は式 (1) の形状関数ベクトル f に点 c の座標 (ξ_c, η_c, ζ_c) を代入したものである。

ソリッド要素とケーブル要素の写像式はハイアラキ写像により次式で表される。

$$x = \sum_{i=1}^I N_i(\xi, \eta, \zeta) \cdot \hat{x}_i, \quad x = \sum_{j=1}^J f_j(\bar{\xi}) \cdot \hat{x}_j \quad (3)$$

ここに、 I, J は写像点の数を表し、 N_i はソリッド要素の形状関数、 f_j はハイアラキ多項式である²⁾。

(2) ケーブルの伸び率

ケーブル要素の線素 ds は次式で与えられる³⁾。

$$ds = J_c d\bar{\xi}, \quad J_c = \sqrt{J_1^2 + J_2^2 + J_3^2} \quad (4)$$

$$J_1 = dx/d\bar{\xi}, \quad J_2 = dy/d\bar{\xi}, \quad J_3 = dz/d\bar{\xi} \quad (5)$$

ここに、 J_c はヤコビアンで、 J_i ($i=1, 2, 3$) は式 (3) の第 2 式を用いて計算できる。

軸線の伸び率 ε_c は、軸線の接線方向余弦 t_i を用いて次式で求められる。

$$\varepsilon_c = \frac{1}{J_c} \left\{ t_1 \frac{d\bar{u}}{d\bar{\xi}} + t_2 \frac{d\bar{v}}{d\bar{\xi}} + t_3 \frac{d\bar{w}}{d\bar{\xi}} \right\} \quad (6)$$

ここに、 $t_i = J_i/J_c$ ($i=1, 2, 3$) である。式 (6) の $\bar{\xi}$ に関する微分は、式 (2), (5) を用いて次のように表す。

$$\frac{1}{J_c} \frac{d\bar{u}}{d\bar{\xi}} = \left\{ t_1 \frac{\partial f_c}{\partial x} + t_2 \frac{\partial f_c}{\partial y} + t_3 \frac{\partial f_c}{\partial z} \right\}^T u \equiv g_c^T u \quad (7)$$

$$g_c = t_1 g_1 + t_2 g_2 + t_3 g_3 \quad (8)$$

g_i ($i=1, 2, 3$) は x, y, z に f_c の微分であり、式 (3) の第 1 式によるソリッド要素のヤコビ行列を用いた微分変換式から計算する。

$\bar{v}, \bar{w}$ の微分項も同様に表し、式 (6) の ε_c を次のよ

Key Words: ハイアラキ要素, RC・PC 要素, プレストレストコンクリート

〒042-8501 函館市戸倉町 14-1, TEL:0138-59-6488, FAX:0138-59-6488

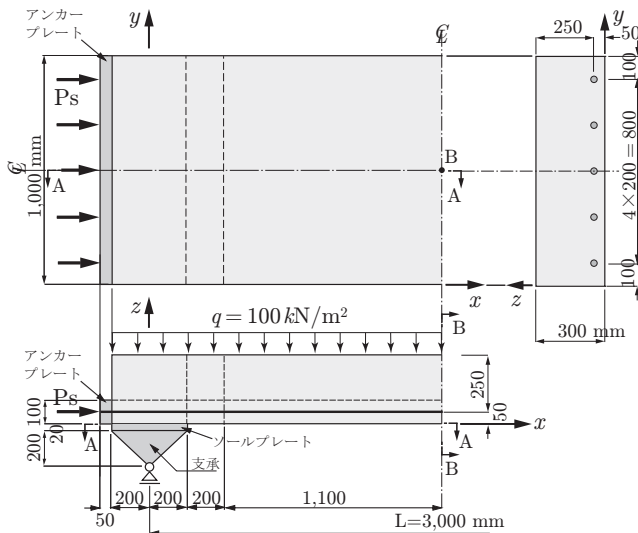


図-2 PCスラブ

うに表す．

$$\varepsilon_c = \mathbf{b}^T \mathbf{d} \quad (9)$$

$$\mathbf{b} = \{t_1 \mathbf{g}_c^T \ t_2 \mathbf{g}_c^T \ t_3 \mathbf{g}_c^T\}^T, \quad \mathbf{d} = \{u^T \ v^T \ w^T\}^T \quad (10)$$

(3) 剛性方程式

鉄筋(PC鋼材)の断面積を A_S 、ヤング係数 E_S とし、プレストレスによる初期応力 σ_0 を考慮して、剛性方程式は次式で与えられる．

$$[\mathbf{K}] \mathbf{d} = -\mathbf{F}_0 + \mathbf{P} \quad (11)$$

ここに、 $\mathbf{K}$ は鉄筋(PC鋼材)の剛性行列、 $\mathbf{F}_0$ は初期応力ベクトルであり、次式で与えられる．

$$\mathbf{K} = E_S A_S \int_s [\mathbf{b} \mathbf{b}^T] ds, \quad \mathbf{F}_0 = \int_s T_s \mathbf{b} ds \quad (12)$$

式(12)の $T_s (=A_S \sigma_0(\xi))$ は、ケーブル要素の接線方向力である．

ソリッド要素の剛性行列¹⁾に式(12)の $\mathbf{K}$ を加えて RC・PC 要素の剛性行列が得られる．なお、コンクリートと鋼材の付着に関しては、式(2)にすべり係数を与えることで制御できる．

3. 数値計算例

計算モデルは、図-2に示す支間3m、幅1m、厚さ0.3mの単純支持されたプレテンションPCスラブである．荷重はスラブ上面に $q=100\text{kN/m}^2$ の等分布荷重を満載する．PC鋼材は断面積 $A_s=312.9\text{mm}^2$ のPC鋼線(SWPR19N, 1S-21.8)を純かぶり50mmとして200mm間隔で下段に5本を配置し、1本あたり150kNのプレストレス力を与える．桁端には奥行き方向(y軸方向)に一樣な厚さ50mmのアンカープレート进行ける．

計算では、構造の対称性を考慮してスラブの1/2領域を計算する．要素分割は図-2の破線の位置で、長

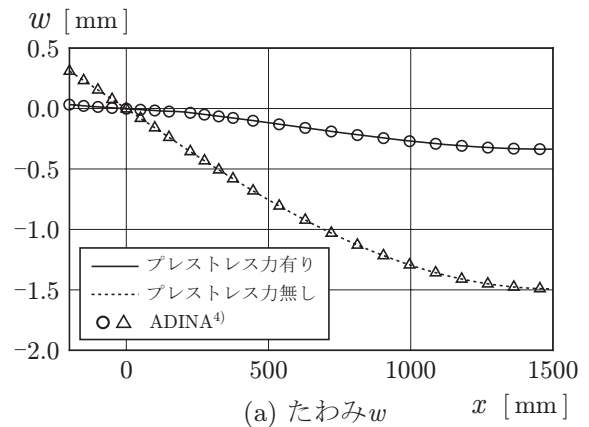
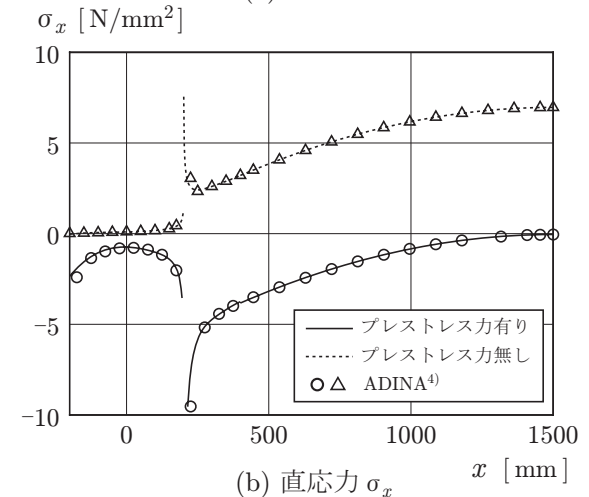
(a) たわみ w (b) 直応力 σ_x

図-3 スラブ下縁のたわみと応力

手(x軸)方向に3分割、板厚(z軸)方向に2分割し、奥行き(y軸)方向には分割しない．また、変位関数の次数には6次式を用いる．比較解には、汎用構造解析システムADINA⁴⁾を用いて20節点ソリッド要素により $51 \times 40 \times 12$ (x, y, z軸方向)に細分割し、節点間にトラス要素(PC鋼材)を配置したh法による解を用いる．

図-3は、スラブ下縁A-A線上のたわみ w と直応力 σ_x を示したものである． w 、 σ_x ともに細分化したh法による値と良く一致しており、支間中央のたわみはプレストレス力により約78%ほど小さくなっている．また、本計算例では、支間中央において分布荷重 q による引張応力を打ち消すようにプレストレス力を与えおり、直応力 σ_x はプレストレス力によりスラブ全体が圧縮応力となっている．

今後、緊張材が曲線配置されたポストテンション桁について検討をすすめる予定である．

参考文献

- 1) 渡辺 他：土木学会第58回年次講演会，I-213，2003.
- 2) 林 他：土木学会論文集，No.591/I-43，1998.
- 3) 林 他：土木学会論文集，No.668/I-54，2001.
- 4) ADINA Theory and Modeling Guide：ADINA R & D Inc., 2003.