

拡張有限要素法（X-FEM）を用いた曲線き裂のモデル化と き裂進展シミュレーションへの適用

京都大学大学院 学生会員 ○柴沼 一樹

京都大学大学院 正会員 宇都宮 智昭

1. はじめに

最近提案された拡張有限要素法（X-FEM）は、従来の有限要素法（FEM）と異なり、き裂を要素と切り離してモデル化可能で煩雑な要素のリメッシュ処理を避けることができるため、破壊力学分野への適用が期待されている。このため、X-FEMの線形破壊力学への適用に関して多くの研究が行われているが、その多くは直線き裂に関するものであり、曲線き裂のすべてをX-FEMでモデル化した研究はほとんどない。そこで、本研究では、従来のX-FEMの研究では十分に議論されていない曲線き裂について、(1)具体的な曲線き裂のモデル化の提案、(2)提案モデルの直線及び曲線き裂への適用とその検証、及び(3)き裂の進展シミュレーションへの適用性について評価した。

2. 拡張有限要素法(X-FEM)による曲線き裂のモデル化

X-FEM は、き裂による不連続面や非線形性による特異場について、要素節点に新たな自由度とそれに対応した内挿関数を付加することにより表現する手法である。具体的には要素内の変位場を次の近似式で表す。

$$\mathbf{u}^e = \sum_{i=1}^m \phi_i(\mathbf{x}) \mathbf{u}_i + \sum_{i \in C} \phi_i(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^4 \gamma_k(\mathbf{x}) \mathbf{c}_i^k + \sum_{i \in J} \phi_i(\mathbf{x}) H(\mathbf{x}) \mathbf{b}_i$$

ここで ϕ_i は通常の要素の定式化で用いられる内挿関数、 m は要素節点数、 C はき裂先端近傍の特異性を考慮する節点の集合、 J は C 以外でき裂の不連続面を考慮する節点の集合であり、それぞれの節点属性を C 属性、 J 属性と呼ぶ。 $\mathbf{u}_i$, $\mathbf{c}_i^k$, $\mathbf{b}_i$ はそれぞれ節点に割り付けられる節点自由度である。 $\gamma_k(\mathbf{x})$ ($k=1, \dots, 4$) はき裂先端近傍の特異場を表す関数、 $H(\mathbf{x})$ はき裂の不連続性を表す関数である。応力拡大係数の評価法は M 積分法を用い、き裂の進展方向は最大周方向応力説に従うものとする。以下に本研究で提案する曲線き裂のモデル化について説明する。

(1) 要素内における曲線き裂と積分領域のモデル化

曲線き裂は、図-1に示すように領域内のいくつかの点(き裂点)を直線で結ぶことにより、1要素内あたり1つの線分でき裂辺をモデル化する。このき裂辺によって1つの要素が直線で分割されることにより、要素内の積分領域の分割が容易となる。すなわち図-1に示すように、き裂を含んだ要素は2個の多角形に分割され、これらの多角形は計算を容易にするためにさらに複数の三角形に分割され、それぞれの領域で積分計算が行われる。

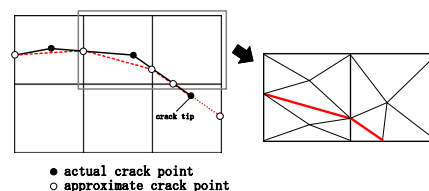


図-1 き裂及び積分領域のモデル化

(2) き裂の特異性を示す C 属性節点領域のモデル化

X-FEM の最大の特徴はき裂近傍の特異性を直接式で与えることにあり、この特異性を考慮しなければならない範囲を C 属性節点領域 (C 領域) として X-FEM 内にモデル化する必要がある。き裂の特異性はき裂先端からの距離の平方根 $\sqrt{r}$ により表現できるため、 C 領域を図-2に示すようなき裂先端を中心とした半径 r の円の内部としてモデル化する。この C 領域のき裂先端を中心としたモデル化により、き裂先端が任意の方向に移動するき裂進展シミュレーションに対しても、き裂近傍の特異性を常に正確にモデル化できる。また、図-2に示すように J 積分経路 R もき裂先端を中心とした同心円により評価する。

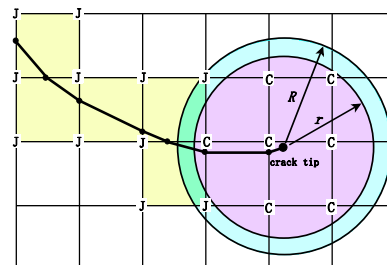


図-2 C 領域(r)、 J 領域(R)及び
 J 積分経路の配置

(3) C 領域と J 属性節点領域 (J 領域) から成る曲線き裂の写像変換

C 属性節点に付加される関数 $\gamma_k(\mathbf{x})$ ($k=1, \dots, 4$) 及び J 属性節点に付加される関数 $H(\mathbf{x})$ は、それぞれき裂の不連続面を考慮した関数である。き裂が直線の時、これらの関数の不連続面は一致しており、各節点に対応する項の

キーワード curved crack; extended finite element method; fracture mechanics; X-FEM

連絡先 〒606-8501 京都府京都市左京区吉田本町 京都大学工学研究科社会基盤工学専攻

和をとることで正確に要素内の変位を近似表現できる。しかし、き裂が曲線の場合、図-3のように、 C 領域と J 領域の境界で両属性節点に対するこれらの関数の不連続面は異なったものとなり、正確に要素内のき裂を近似表現することができない。これを解決するため、本研究では C 領域のき裂の不連続面を J 領域のものと一致するように、写像関数を用いて任意の点における関数 $\gamma_k(\mathbf{x})$ ($k=1, \dots, 4$) を曲線き裂に対応できるように変換を行なった。

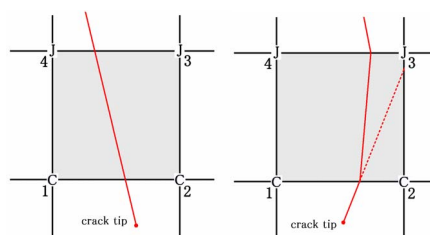


図-3 直線・曲線き裂を含むモデル
(実線、破線はそれぞれ J 属性、 C 属性節点の考慮する不連続面を表す)

3.破壊力学パラメータの評価精度

応力拡大係数の評価に影響を与える C 領域及び J 積分経路をパラメータとして、3種類の代表的なき裂モデルを用いて、本研究で提案したX-FEMの解析モデルについて理論値との比較検証を行った。

図-4に曲線き裂の代表的なモデルの一つである内部円弧き裂（き裂幅26.0[mm]、円弧中心の角度20度）を有する帯板（100[mm]×100[mm], 1[mm]メッシュ）の引張試験について、理論値により正規化された応力拡大係数 K_I の解析結果を示す。この円弧き裂を含めて3種類のモデルについて解析を行った結果、き裂の形状に無関係に高精度な解析が可能であった C 領域と J 積分経路の同心円状の最適半径はそれぞれ約 $r=3.0$ [mm]及び $R=2.0$ [mm]であることが明らかとなった。また、その条件下における誤差2.0%以下の高精度で解析可能であることが確認できた。この理由として、き裂先端近傍における応力とひずみの特異性を考慮した C 領域の内部に J 積分の計算領域を設定することにより高精度な結果が得られたと考えられる。

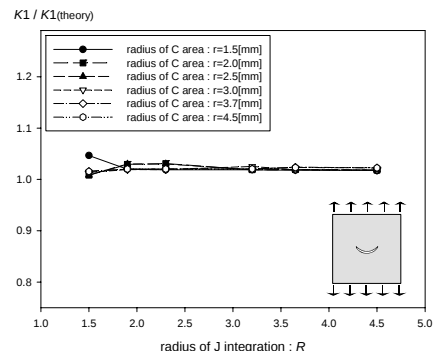


図-4 正規化された応力拡大係数 K_I

4. き裂進展シミュレーション

試験片の中央付近にき裂を有する3点曲げ試験モデル（160[mm]×40[mm], 1[mm]メッシュ）を用いて、最大周方向応力説により進展方向を定めてき裂進展シミュレーションを行った。荷重の付加位置が0.0[mm]、つまりき裂の直下である時、モードI単独の破壊が起こり、き裂が直進していく様子が確認できた。荷重の付加位置を中心点よりずらして試験片に偏心荷重を加えた場合、偏心荷重の中心からの位置ずれに応じて、き裂先端の進展経路は中心線より離れることが予想されるが、解析結果はその挙動を明確に表現することができた。

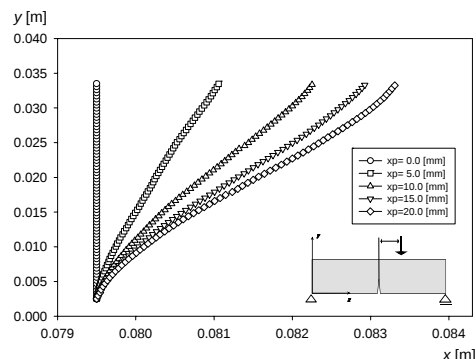


図-5 き裂先端座標の推移

5. 結論

本研究では、従来のX-FEMに関する研究では十分に議論されていない曲線き裂を含めたき裂進展解析に適用可能なX-FEMの各種モデル化の提案を行い、以下の結論を得た。(1)従来の研究で明確に示されていなかった要素内の曲線き裂と積分領域のモデル化及び C 領域と J 領域から成る曲線き裂の写像変換手法の提案を行い、各種のき裂モデルに対し応力拡大係数の理論値との比較検証を行った結果、実用上十分な解析精度を得ることができた。(2) C 領域のき裂先端周りのモデル化により、 C 領域と J 積分経路を同心円でモデル化し、それらのパラメータにより誤差評価を行い C 属性節点領域と J 積分経路の同心円の最適半径を明らかにした。(3)本研究で提案したモデルをき裂進展シミュレーションに適用した結果、曲線き裂の進展に関するシミュレーションに適用可能であることが確認できた。

(参考文献)

- 1) Moes N, Dolbow J, Belytschko T.: A finite element method for crack growth without remeshing. International Journal for Numerical Methods in Engineering 46, 1999, pp131-150.