変厚板の自由振動特性に関する実験的・解析的研究

| 長崎大学 | 大学院 | 学生会員 | 金山 綾子 |
|------|-----|------|---------------------------|
| 長崎大学 | 工学部 | 正会員 | 森田 千尋 , 松田 浩 , 崎山 毅 , 黄 美 |
| 長崎大学 | 工学部 | 非会員 | 白濱 敏行 |

1 研究目的

矩形板の解析において,等厚かつ4辺単純支持であ れば厳密解を求めることはできるが,板厚が階段状に 変化する等の変断面を有する変厚板においては厳密解 を求めることが出来ない.そこで変厚板かつ任意の境 界条件でも対応できる近似解法を用いなければならな いが,変厚板の自由振動解析に関する研究は行なわれ ているものの,解析と実験を共に行なっている研究は 私達の調べる限りでは見当たらない.

本研究では,離散的近似解法による解析とレーザー ホログラフィ干渉法を用いた振動実験により,1辺固 定3辺自由の境界条件を有し,板厚が階段状に変化す る変厚性状が振動数および振動モードに与える影響を 調べ,変厚板の自由振動特性を明らかにすることを目 的としている.

2 解析方法¹⁾

矩形板の曲げに関する8つの基礎微分方程式のうち,面外方向の力のつり合いに関するものは,次式のようになる.

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = 0 \tag{1}$$

矩形板を縦横方向に m,n 等分し,その等分割線の 交点の集合とみなし,領域 (i,j) において面積分を行 うと積分方程式を得る.これを離散表示すると,断面 力及び変形の主要点における値 X_{pij} に関する連立方 程式が得られる.

$$X_{pij} = \sum_{d=1}^{6} \left(\sum_{f=0}^{i} a_{pijfd} X_{rf0} + \sum_{g=0}^{j} b_{pijgd} X_{s0g} \right) + q_{pij} \qquad (2$$

(2) 式に境界条件を適用することで,基本解を算出する.次に(1)式の荷重強度を単位面積当りの慣性力を とれば,矩形板の自由振動に関する運動方程式が導かれ,次式のようになる.

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -\rho h \omega^2 w \tag{3}$$

基本解を用いて (3) 式に基本解であるたわみ wを 乗じ全領域において面積分を行い, さらに境界条件に より既知量を与えることで導かれる境界積分方程式に 無次元量を導入し,近似解法を応用する.板を縦横に *m*,*n*等分し,それぞれに番号をつけ,積分方程式に等 間隔の数値積分を適用すると次式が求まる.

$$\overline{w}(\eta_0,\zeta_0) = \lambda^4 \sum_{\eta=0}^m \sum_{\zeta=0}^n \beta_{m\eta} \beta_{n\zeta} \mu \overline{h}(\eta,\zeta) \overline{w}(\eta,\zeta) G(\eta_0,\zeta_0,\eta,\zeta) \quad (4)$$

$$\overline{h}(\eta,\zeta) = \frac{h(\eta,\zeta)}{h_0}$$
 h_0 :基準板厚
 $\beta_{mn},\beta_{n\zeta}$:数値積分による重み係数

(4) 式をマトリクス表示し,固有値はその行列式を0にする $1/\lambda^4$ を求めることにより求まる.

3 ホログラフィ干渉法による計測 3.1 実験方法

実験は防振台上において試験片の固定部を軟鋼性の ボルトで固定し,後方からスピーカーによって音圧を 与えて加振する.試験片に貼付した圧電素子出力の極 大点の加振周波数を測定し,試験片の共振周波数とす る.共振時の振動モードはレーザーホログラフィー²⁾ (He-Ne レーザー)を用いた時間平均法によって測定す る.図1に実験装置を示す.



図1:実験装置

キーワード 変厚板,自由振動特性,レーザーホログラフィ,離散的近似解法 連絡先 〒 852-8521 長崎市文教町 1-14 長崎大学工学部構造工学科 TEL & FAX 095-819-2591

3.2 試験片

今回用いた試験片は,長さa = 90mm,b = 90mm のアルミニウム板で,諸量は表1の通りである.図 2は等厚のアルミニウム板,図3,4は板厚が幅方向 に変化する変厚板であり,hは板厚である.(単位: mm)

| 表1:試験片諸量 | | | | | | | |
|----------|-------|---|------------|--|--|--|--|
| | E | G | ν | ρ | | | |
| | (GPa) | (GPa) | | $(\mathrm{KN}/\mathrm{m}^3)$ | | | |
| アルミ合金 | 69.6 | 26.1 | 0.33 | 26.0 | | | |
| | | $ \begin{array}{c} 5 \\ 5 \\ - 45 \\ - 5 \\ h = 1 \\ 9 \\ \hline 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \hline \hline \hline 0 \\ \hline \hline \hline \hline \hline 0 \\ \hline \hline$ | 0 | $ \begin{array}{c} 30 & 30 & 30 \\ h = h = h = \\ 0.4 & 0.7 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} $ | | | |
| 図2:等厚板 | 図3: | 変厚板 A | 2 4 | : 変厚板 B | | | |

4 解析結果および実験結果

まず,本解析法の有効性を確認するために,等厚ア ルミニウム板の解析,実験を行なった.解析結果と実 験結果の振動数と振動モードを表2,図5に示す.

| 表2: | アルミニ | フム等厚板におけ | る振動数(| (Hz) |
|-----|------|----------|-------|------|
|-----|------|----------|-------|------|

| 分割数 | 1次 | 2次 | 3次 | 4次 | 5次 |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 8 | 105.8 | 257.0 | 679.4 | 868.2 | 979.3 |
| 12 | 105.5 | 255.2 | 658.0 | 842.6 | 947.7 |
| 収束値 8 - 12 | 105.3 | 253.7 | 640.9 | 822.1 | 926.1 |
| Claassen ³⁾ | 105.7 | 260.3 | 648.3 | 828.2 | 947.0 |
| 実験値 | 100.0 | 245.0 | 580.0 | 815.0 | 890.0 |





幅方向に板厚が変化する変厚板 A,B の解析結果と実 験結果の振動数を表3,4,振動モードを図6,7にそ れぞれ示す.解析結果の振動数は実験結果とほぼ一致 し,妥当な結果が得られた.振動モードにおいても, 実験結果と同様のモードが得られた.試験片が左右非 対称であるため,モードも左右非対称となることが確 認できた.

| 表3: 変厚板 A における | 5振動数 | (Hz) |
|----------------|------|------|
|----------------|------|------|

| 分割数 | 1次 | 2次 | 3次 | 4次 | 5次 | | |
|------------|------|-------|-------|-------|-------|--|--|
| 8 | 94.2 | 208.9 | 491.8 | 607.3 | 808.8 | | |
| 12 | 93.7 | 208.1 | 482.3 | 581.6 | 775.6 | | |
| 収束値 8 - 12 | 93.3 | 207.5 | 474.7 | 561.0 | 749.0 | | |
| 実験値 | 95.0 | 206.0 | 497.0 | 580.0 | 761.0 | | |



図 6:変厚板 B における振動モード (上図:実験結果,下図:解析結果)

| 表4 | : | 変厚板 | Bにおける振動数 | (Hz) |
|----|---|-----|----------|------|
|----|---|-----|----------|------|

| 分割数 | 1次 | 2次 | 3次 | 4次 | 5次 |
|------------|------|-------|-------|-------|-------|
| 8 | 87.3 | 206.4 | 490.8 | 595.9 | 787.8 |
| 14 | 87.7 | 202.9 | 467.1 | 563.7 | 733.9 |
| 収束値 8 - 14 | 87.9 | 201.2 | 455.6 | 548.1 | 707.8 |
| 実験値 | 89.0 | 183.0 | 477.0 | 580.0 | 670.0 |



5 まとめ

幅方向に板厚が変化する変厚板 A, B に関しては, 解析において, 8 ~ 12 分割程度の比較的粗い分割に よる解析であっても,実験結果と比べ,十分な精度を 持つことが確認された.振動モードにおいても実験結 果とほぼ同様のモードを得ることができた.また,試 験片が左右非対称であるため,一定方向に傾く左右非 対称のノーダルラインが得られた.

以上よりホログラフィ干渉法を用いた振動実験で は,振動数,振動モード共にほぼ一致した結果が得ら れたので,今後は,本実験装置を用いて,等質・等方 性板における欠陥検出に発展させ,さらに積層板の欠 陥検出等にも応用したいと考えている.

[参考文献]

1) 森田千尋他:片持ち積層板の自由振動特性に関する研 究,構造工学論文集, Vol.51A, pp.33-41, 2005

2) 久保田敏弘:ホログラフィ入門,朝倉書店,1995

3)R.W.Claassen and C.J.Thorne : Vibration of a rectangular cantilever plate , J.Aerospace Sci , Vol.29 , pp.1300–1305 , 1962