

石造アーチ橋の軸力線を円弧にする方法について

国土工営コンサルタンツ（株） 正員○筒井 光男
九州産業大学 工学部 フェロー 水田 洋司

1. まえがき

筆者らは既報¹にて、石造アーチ橋の軸力線について調べ、安定性に考察を加えた。また、架設時の軸力線を調整する手段としてアーチクラウンに「重し」を乗せる方法の効果を確認した。今回、軸力線が円弧となる荷重分布から、アーチの形状について考察を加えたので報告する。

2. 荷重から求めるアーチ軸力線

石造アーチ橋の安定について知られていることを記す。

- 1) 輪石だけのアーチの場合、その輪石厚を一定とすれば、軸力線はカテナリーを逆さにした曲線である。
- 2) 輪石だけのアーチの場合、自重が水平方向に一定とすると、軸力線は放物線である。頂部と基部が一致しているとすれば、半径方向の差はカテナリーと放物線の差は2.5%程度と小さい。

また、石造アーチには輪石のほかに壁石、裏込め土、高欄などがある、ここではこれらをまとめて壁石等と呼ぶ。石橋には壁石等があるために、適した形状が別途存在すると考えられる。そこで、壁石等の分布荷重を放物線（両端で高さ f = ライズ、中央で 0）と近似してその軸力線形状を概算すると次の4次曲線となる¹。

$$y = 8f(\alpha - 3\alpha^2 + 4\alpha^3 - 2\alpha^4) \quad (1)$$

ここで、 α は端部から着目点間での距離を支間 L で割った値、また、形状を決めるために中央での高さを f としている。これが壁石等の分布荷重を放物線としたときの、軸力線（曲げが生じないアーチ曲線）の式である。図-1 にスパンライズ比2の4次曲線・放物線・カテナリー及び円弧の形状を示す。いま、アーチの形状を円弧とすると、等分布の場合は軸力線位置が、内側へずれている。また、放物線荷重の場合は中央部分で外側へずれている。完成した石橋には輪石と壁石等があるから、軸力線は両者の中間に位置することになり、中央部では円弧に近い形状となる。

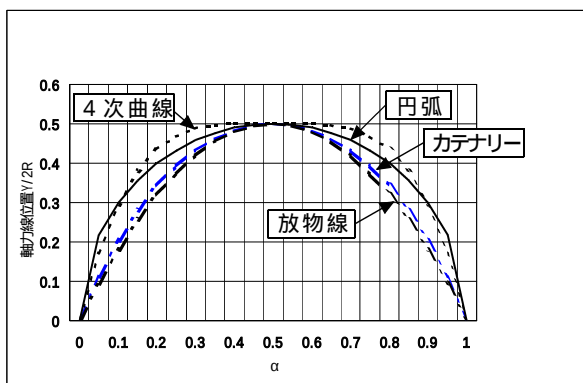


図-1 軸力線

3. 軸力線が円弧となるアーチ形状

次に、軸力線が円弧となるアーチ形状を計算してみる。

2 ヒンジアーチの曲げモーメント M は次式で表される。

$$M = M_0 - Hy \quad (2)$$

ここで、 M_0 は単純梁としての曲げモーメント、 H は水平反力、 y は着目点のアーチ支点からの高さである。 $M=0$ とすると

$y = M_0/H$ が軸力線となる。いま、軸力線 y を円弧とするためには、 M_0 が円弧であればよい。分布荷重を2階積分すると曲げモーメントになるから、円を2階微分すると軸力線が円弧となる荷重が求まる。いま、アーチの形状を $x^2 + y^2 = a^2$ とし、 $x = a \sin \theta$ とおくと、 $y = \sqrt{a^2 - x^2} = a \cos \theta$ となる、このとき

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d(-\tan \theta)}{d\theta} \cdot \frac{1}{\frac{dx}{d\theta}} = -\frac{1}{a \cos^3 \theta} \quad (3)$$

これが軸力線が円弧となる荷重である。この荷重はクラウン部で $1/a$ の値を持ち、スプリング部 ($x = \pm a$) で $y = \infty$ となる。クラウン部の値 $1/a$ は、クラウン部での輪石と壁石などを加えた荷重と考える
キーワード：石橋、アーチ、軸力線、円、微分、理想形状

連絡先：〒815-0075 福岡市南区長丘 2-25-43 国土工営コンサルタンツ(株) TEL092-512-6362 FAX092-512-6365

ことができる、その値を比重で割れば厚さとなる。いま、単純化するために、輪石および壁石等の比重をすべて同じと仮定すれば、輪石と壁石を加えた厚さは、式(3)に比例した値となる。図-2は、 $1/a$ の値を0.05から0.2まで変化させ、その時の式(3)の値を半円アーチの y 座標に加えたものである。したがって、図-2は、比重を同じとしたときの、軸力線を円弧とするアーチ形状を示していることになる。輪石厚の半径に対する比は、規模が大きくなる程小さくなる²。いずれの場合も、軸力線を円弧とする形状は、クラウン部では円に沿い、両側に向かって徐々に増加する。この度合いは輪石厚が薄いほど急である。なお、実績では、支間10mの輪石厚は、半径の約10%であり、クラウン部に壁石が無い場合、図の0.1fが理想形状となる。

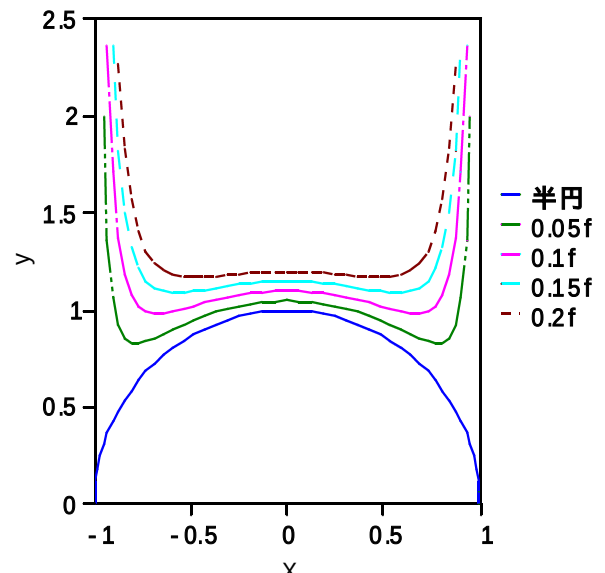


図-2 軸力線を円弧とする形状

4. 考察

1)軸力線を半円にする荷重は、スプリング部で $y = \infty$ となる。これは、鉛直荷重であれば、無限大ということである。実構造物は、無限大であることはない。しかしながら、橋梁では通常この位置に、取り付け道路や次の径間の橋がある。そこに土や石を詰めているので、輪石は実質的に半径の外側へは変形できない。このために、荷重が無限大でなくとも問題ないと考えられる。軸力線を半円にするためには、この部分の土圧水平分力が、クラウン部鉛直荷重と同等であればよいことは、等水圧荷重を受けるリングの軸力線が円であることから推察できる。

2)図-2を見ると、理想形状がクラウンより低い部分がある。この点も考慮して、軸力線を円弧に近づける方法として、以下が考えられる。

- a)路面は水平ではなく、円弧に沿って付ける。
- b)路面を水平にする場合は、壁石等の比重を輪石よりも小さいものとする。それにより、頂部の形状を平にすることができる。



写真-1 欠円アーチ

- c)路面を水平にする場合は、図-2の窪んだ付近の壁に開口部を設ける。
- d)路面を柱で支える場合は、柱の間を開口部とみなし、路面は水平でもよい。
- e)取付道路の土圧水平分力が、クラウン部付近の荷重と同様になるようにする。
- f)半円アーチでは、鉛直荷重のみとすると、端部では理論上無限大の荷重が必要であるが、欠円アーチ（写真-1）とすることにより、その必要が無くなる。欠円アーチとすれば、壁石等の面積が少なく、材料や施工量が少なくなる効果もある。

5. 終わりに

アーチの形状について、軸力線を円弧にする荷重という視点から、最適形状を求め、合理的な形状について考察を加えた。また、背面土圧が軸力線の安定に寄与していることが判った。

参考文献

1. 筒井、水田：石造アーチの架設時安定性について、平成14年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集、-103、ppA202-203、2003.3
2. 筒井、水田、白地、塚本：開口部を有する壁面意匠の力学的安定性について、土木構造・材料論文集第16号、pp79-84、2000.12