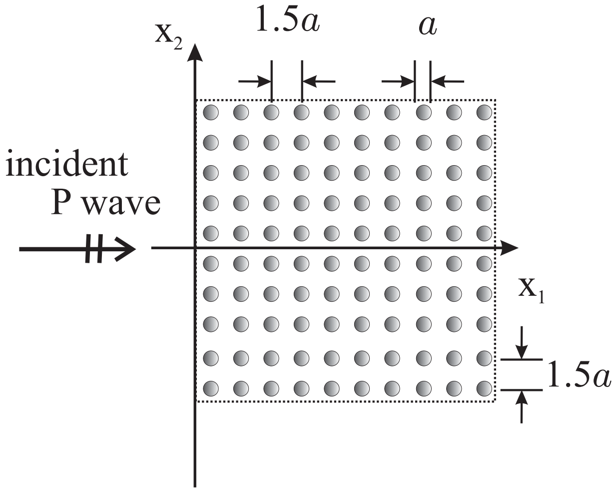
高速多重極境界要素法の多重散乱問題への適用

○福井大学大学院　正会員　斎藤 隆泰
東京工業大学大学院　正会員　廣瀬 壮一
福井大学大学院　正会員　福井卓雄

1.　はじめに

今日、材料や構造物の健全性の評価において超音波非破壊評価の重要性が高まっている。複合材料に超音波を入射すると、強化材による多重散乱 [1] によって非常に複雑な波動場が形成されることが知られており、より定量的な超音波非破壊評価を行うためには複合材料中を伝播する波動特性を明らかにする必要がある。そこで、本研究では、大規模問題のための数値解析手法として近年急速に発達し続けている高速多重極法 (FMM)[2] を波動解析に有効な境界要素法に適用した高速多重極境界要素法 (FMBEM)[3] を用いて多重散乱解析を効率よく実行し、材料中の多重散乱現象について考察を行った。

2.　二次元問題での検討

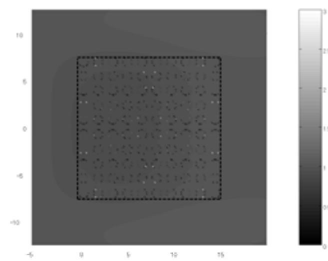


図–1 入射平面 P 波に対する多重散乱モデル

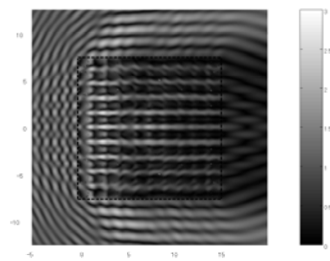
はじめに、図 1 のように配置された介在物群に対する二次元面内波動の多重散乱解析を高速多重極境界要素法を用いて行った。直径 a の介在物群（10 行× 10 列）は x_1、x_2 方向に対しそれぞれ $1.5a$ の等間隔で、図 1 中の点線で示された横 $15a$、縦 $15a$ の正方形領域中に、体積含有率 $\phi = 34.9\%$ (正方領域の面積に対する介在物の閉める面積の割合) で配置されているとする。また、平面 P 波は x_1 軸の負の方向から介在物群に向かって入射するとし、母材及び介在物における密度 ρ、P 波及び S 波の速度 c_L、c_T は表 1 の値を用いた。 図 2、3 はそれぞれ $k_La = 0.15$、$k_La = 3.09$ の平面 P 波が入射した場合の介在物群周辺における x_1 方向変位の絶対値を表している。$k_La = 0.15$ の場合では介在物群の直径や配置間隔に対して波長の長い波が入射しているため、入射波はほとんど散乱されることなく透過していることがわかる。一方、$k_La = 3.09$ の場合では、介在物群を通過する波動の変位が次第に小さくなっていることが確認出来る。これは、ある特定の波数において入射波の大部分が反射されるストップバンドと呼ばれる現象が生じているためと考えられる。

表–1 解析に用いた材料密度及び波速

	密度 ρ (kg/m^3)	c_L (m/s)	c_T (m/s)
母材	4400	6100	3200
介在物	3200	11700	7450



図–2 k_La=0.15 における全変位場 (絶対値)



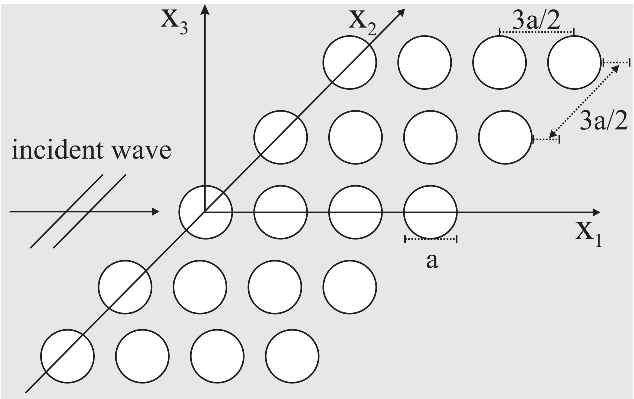
図–3 $k_La = 3.09$ における全変位場 (絶対値)

3.　三次元問題での検討

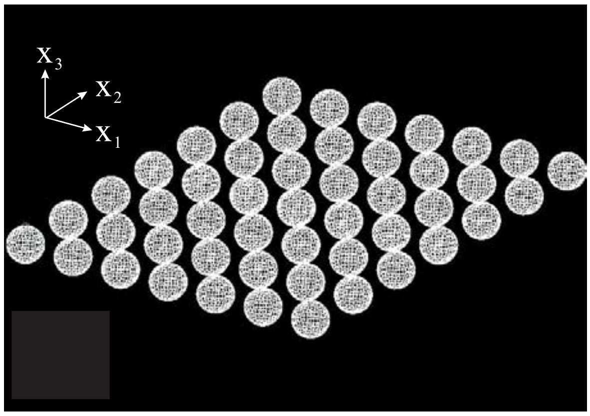
これまで二次元動弾性問題に対する多重散乱解析は斎藤、永井、廣瀬 [4] により報告されているが、三次元問題に対する多重散乱解析はほとんど報告されていない。そのため、ここではまず、図 4 で表されるような Helmholtz 方程式に支配される三次元波動場の多重散乱モデルについて解析した。直径 a の空洞群 (5 行 × 4 列) が x_1、x_2 軸方向に対して等間隔 $1.5a$ で並んでいるものとする。また、それぞれの空洞の中心は $x_1 - x_2$ 面上に存在し、中央行 (3 行)・左端 (1 列) の空洞の中心は座標原点に一致する。この時、x_1 軸負の方向から波数 $k = 1.0$、振幅 p_0 の平面波が空洞群に向かって入射するとする。この問題を高速多重極境界要素法を用いて解析した。反復法には GMRES 法 [5] を用い、反復法における打ち切り誤差は 10^{-5} とした。

図 5 は x_1 軸上における変位の絶対値を表している。また比較のため、通常の BEM により得られた結果も実線で示した。空洞群の前方で大きな変位を確認することが出来る一方、空洞群内部及び後方では変位は小さくなっている。入射波が空洞群の前面で反射されている様子が伺える。BEM、FMBEM 両者により得られた解は非常に良く一致

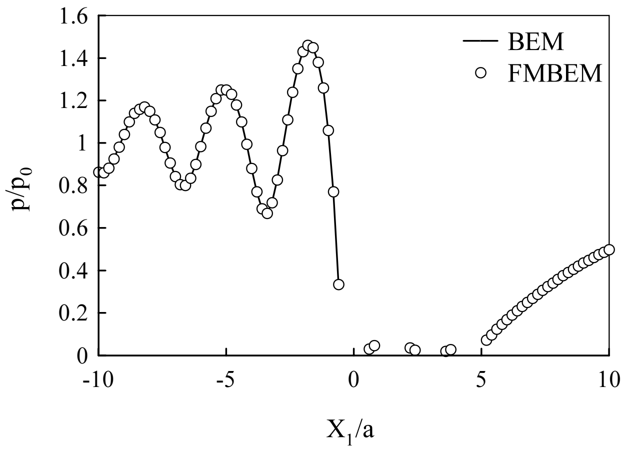
Key Words: 高速多重極境界要素法，多重散乱解析，複合材料
〒 910-0017　福井県福井市文京 3-9-1　TEL 0776-27-8596　FAX 0776-27-8746



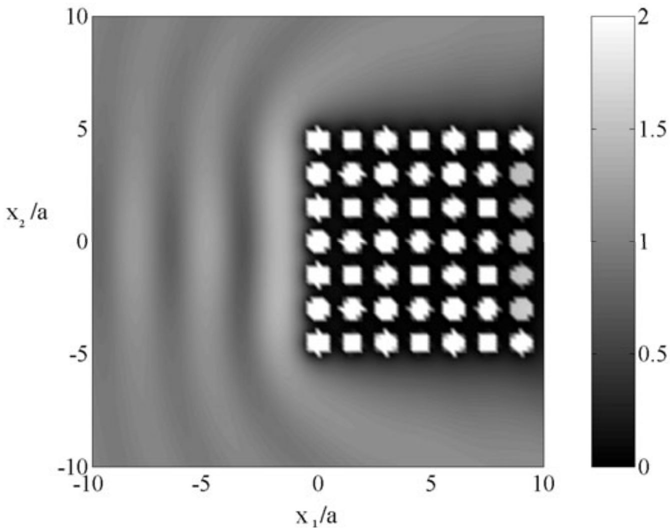
図–4 入射平面波による多重散乱モデル



図–6 三次元多重散乱問題に対する要素分割モデル (7 × 7 空洞群)



図–5 BEM 及び FMBEM による解の精度比較 (x_1 軸上の変位)



図–7 7 × 7 空洞群周辺の変位場

していることがわかる。

次に、同様の設定で 7×7 の空洞群による多重散乱解析を行った。空洞群の中央行・左端の空洞の中心は原点にあるとする。全要素数は 18816 である。また、この時の要素分割モデルを図 6 に示した。図 7 は $x_3 = 0$ の平面上の変位の絶対値を表したものである。空洞群を通過する波動はほとんど確認できず、空洞群の前面で大きな反射応答を見ることが出来る。

最後に、5×5(要素数 9600)、9×9(要素数 31104) の空洞群による多重散乱解析で要した計算時間を表 2 に示した。なお、9×9 の空洞群による多重散乱解析は、BEM のみ数時間程度では計算がおわらないため、予測計算時間を記してある。FMBEM の使用により計算時間を大幅に軽減したことが確認出来る。

表–2 空洞数を変化させた場合の BEM 及び FMBEM による CPU time の比較

CPU time(sec.) ＼空洞の数	5×5	9×9
BEM(CPU time)	18420	340000
FMBEM(CPU time)	3668	56040

4.　まとめ

本研究では、二次元面内弾性波動及び、三次元スカラー波動を対象とした三次元多重散乱解析を行った。二次元面内弾性波動問題に対する多重散乱問題では、ストップバンド現象を確認することが出来た。また、三次元スカラー波動の多重散乱問題に対しては、高速多重極境界要素法の適用性を計算時間、精度の点から考察した。今後は、本研究を三次元弾性波動問題へ拡張し、ストップバンド現象に対する考察や、介在物群による反射・透過エネルギー特性について考察する予定である。

参考文献

1) 琵琶志朗：複合材料の弾性波動散乱理論 = 超音波減衰特性の理解のために =，超音波 TECHNO, **11-12**, pp. 85-89, 2001.
2) Rokhlin, V: Rapid solution of integral equations of classical potential theory, *J. Comput. Phys.*, **60**, pp. 187-207, 1985.
3) 小林昭一編著: 波動解析と境界要素法, 京都大学学術出版会, 2000.
4) 斎藤隆泰、永井浩二、廣瀬壮一：高速多重極境界要素法を用いた複合材料の弾性波動解析, 計算数理工学論文集, **5**, pp.37-42, 2005.
5) Barrett, R. et. al., 長谷川里美、長谷川秀彦、藤野清次訳: 反復法 Templates, 朝倉書店, 1996.