

板の弾塑性座屈荷重の初期不整感度則による体系的記述

東北大学 学生会員 渡邊 直
 東北大学 正会員 池田 清宏
 大阪市立大学 正会員 北田 俊行
 大阪市立大学 正会員 松村 政秀

1. はじめに

実構造物は、形状の狂いや溶接に伴う残留応力などの初期不整を持つ。Koiter は初期不整の介在により構造物の耐荷力が低下するという、強度の初期不整依存性を明らかにし、初期不整感度則

$$f_c = f_c^0 - C\epsilon^\rho + \text{高次項} \quad (1)$$

として定式化した¹⁾。ここに、 f_c は初期不整を持つ不完全系の耐荷力、 f_c^0 は初期不整がない完全系の耐荷力、 ϵ は初期不整、 $C > 0$ は ϵ に依存しないある正定数である。また、 ρ は特異点の種類により決まる定数であり、例えば、弾性座屈する場合には

$$\rho = \begin{cases} 2/3 & \text{対称分岐} \\ 1 & \text{荷重の極大点} \end{cases} \quad (2)$$

であることが知られている¹⁾²⁾。

従来、初期不整感度則 (1) は弾性座屈の記述には用いられているが、塑性座屈の記述には用いられていない。著者らは、予備研究として簡単な構造モデルの弾塑性耐荷力が $\rho = 2$ に従うことを確認しており、塑性座屈荷重の記述に 2 乗則を用いることを提案している。

本研究では、初期たわみを持つ圧縮板の終局強度を幅厚比パラメータを変化させながら、弾塑性有限変位プログラム USSP³⁾ を用いた数値解析で求めることにより、板の弾塑性強度のデータバンクを作製する。そして、従来の弾性座屈に対する感度則と、著者らが提案する塑性座屈に対する感度則を用いて弾塑性座屈荷重の低下を体系的に記述し、板の強度の記述に初期不整感度則が適用可能であることを検証する。

2. 解析モデル

解析モデルの周辺単純支持板を図-1 に示す。板の寸法を $a = 400 \text{ mm}$ 、 $b = 400 \text{ mm}$ とする。表-1 には、解析に使用した鋼材 (SS400) の機械的性質を示す。

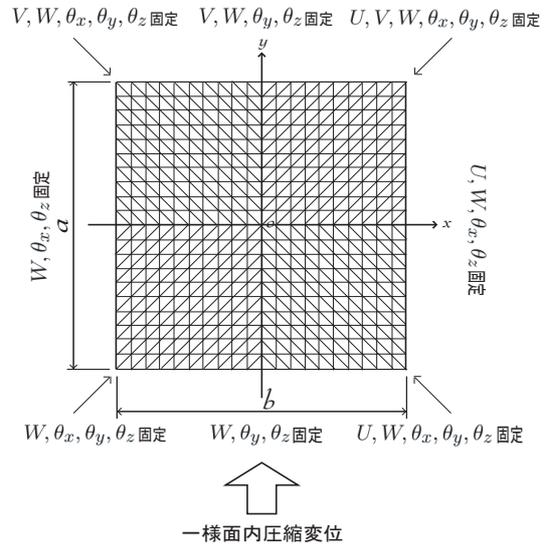


図-1 周辺単純支持板

表-1 鋼材の機械的性質

鋼種	SS400
降伏応力 σ_Y (N/mm ²)	235
ヤング係数 E (N/mm ²)	2.0×10^5
引張強さ σ_U (N/mm ²)	400
降伏ひずみ ϵ_Y	1.175×10^{-3}
ひずみ硬化開始ひずみ ϵ_{st}	1.75×10^{-2}
ひずみ硬化率 E_{st} (N/mm ²)	2486
ポアソン比 ν	0.3

次に、幅厚比パラメータを次式で定義する。

$$R_R = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{k\pi^2}} \quad (3)$$

ここに、 t は板厚、 k は座屈係数 (= 4.0) である。また、板の初期たわみとして次の波形を仮定する。

$$w = \epsilon t \cos \frac{\pi x}{b} \cos \frac{\pi y}{a} \quad (4)$$

ここに、 ϵ は初期不整であり、初期たわみの最大値は (初期不整 ϵ) \times (板厚 t) となる。

解析では、幅厚比パラメータ R_R を 0.1 ~ 2.0 まで変化させ、各 R_R ごとに ϵ を 0.001 ~ 0.1 の範囲で変化させながらそれぞれの終局強度を求める。

Key Words: 板の弾塑性座屈, 初期不整感度則, 弾性座屈, 塑性座屈

〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 06 Phone: 022-795-7419; Fax: 022-795-7418

3. 解析結果および初期不整感度則の適用

圧縮板の初期たわみによる強度の低下を次式で表すことを提案する．

$$\sigma_u = \sigma_{u0} - C\epsilon^p + \text{高次項} \quad (5)$$

σ_u は不完全系の終局強度， σ_{u0} は完全系の終局強度である．以下，各幅厚比パラメータ R_R ごとに板の弾塑性挙動を調べ，式 (2) および塑性座屈に対する 2 乗則を適宜用いることとする．

(1) $0.1 \leq R_R \leq 0.7$: 塑性座屈

図-2(a) に示す $R_R = 0.1$ (板厚 $t = 72.03$ mm) における荷重-変位関係では，降伏により強度を支配される典型的な弾塑性挙動を示している．ここに，横軸の変位としては，板の y 方向の一樣圧縮変位を表す \tilde{y} を用いた．また，図-2(b) の初期不整感度関係では，強度が図中 (Δ) で示す降伏応力 $\sigma_Y = 235.00$ N/mm² から ϵ^2 に比例して低下しており，塑性座屈の 2 乗則が適用できることを示している．

(2) $0.8 \leq R_R \leq 0.9$: 塑性座屈から弾性座屈への遷移域

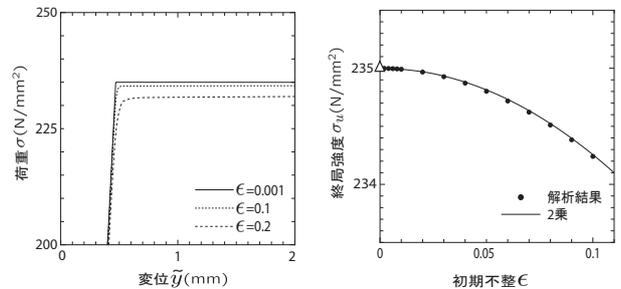
図-3(a) に示す $R_R = 0.85$ ($t = 8.49$ mm) における荷重-変位関係では， ϵ が小さいうちは降伏が板の強度を支配しており， ϵ の増加により降伏に至る前に弾性座屈が起きている．図-3(b) に示す初期不整感度関係において， $\epsilon < 0.03$ の区間では降伏応力から ϵ^2 に比例して強度が低下している．また， $\epsilon > 0.03$ の区間では，図中 (\circ) で示す板の有効幅をもとに算定した完全系の座屈荷重⁴⁾から弾性座屈 (対称分岐) に対する 2/3 乗則に従い強度が低下している．以上から，この区間の幅厚比パラメータは塑性座屈から弾性座屈 (対称分岐) への遷移域であることがうかがえる．

(3) $0.95 \leq R_R \leq 1.2$: 弾性座屈 (対称分岐)

図-4(a) に示す $R_R = 1.0$ ($t = 7.21$ mm) における荷重-変位関係では，小さな ϵ でも弾性座屈により強度が支配されている．図-4(b) の初期不整感度関係では，微小な ϵ に対して急激な座屈荷重の低下が見られる．また，図中実線で示す 2/3 乗則は $\epsilon < 0.02$ の区間では正確であるが， $\epsilon > 0.02$ の区間では破線で示す線形項 ϵ まで考慮した方が近似度が高くなっている．

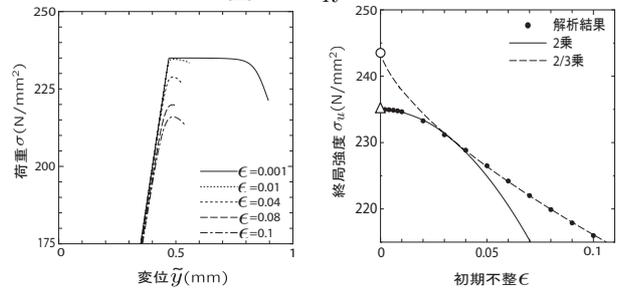
(4) $1.3 \leq R_R \leq 2.0$: 荷重の極大点

図-5(a) に示す $R_R = 1.6$ ($t = 4.51$ mm) における荷重-変位関係では，弾性座屈 (対称分岐) が支配的な $R_R = 1.0$ のような顕著な座屈荷重の低下は見られない．また，図-5(b) の初期不整感度関係では， ϵ に比例して強度が低下しており，式 (2) の 1 乗則が適用可能であることを示している．



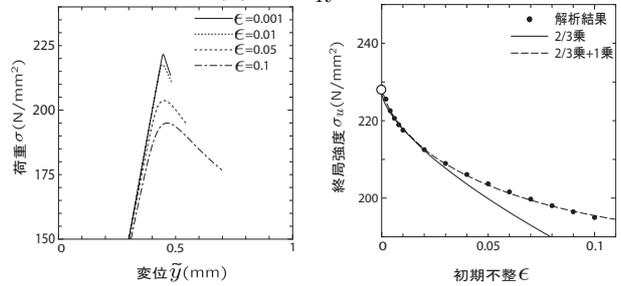
(a) 荷重-変位関係 (b) 初期不整感度関係

図-2 $R_R = 0.1$



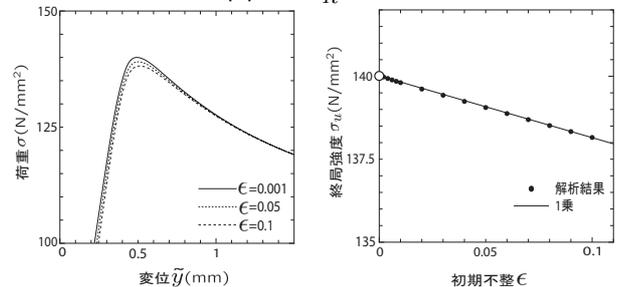
(a) 荷重-変位関係 (b) 初期不整感度関係

図-3 $R_R = 0.85$



(a) 荷重-変位関係 (b) 初期不整感度関係

図-4 $R_R = 1.0$



(a) 荷重-変位関係 (b) 初期不整感度関係

図-5 $R_R = 1.6$

4. 結論

幅厚比パラメータが大きくなるにつれて，板の強度支配が塑性座屈から弾性座屈の対称分岐，荷重の極大点へと遷移し，それぞれ 2 乗則，2/3 乗則，1 乗則という感度則により強度の低下を表せることが確認できた．これは，座屈の支配要因まで考慮することにより，初期不整感度則が板の弾塑性座屈強度の記述に適用可能であることを示すものである．

参考文献

- 1) Koiter, W. T. : *On the Stability of Elastic Equilibrium*, Dissertation, Delft, Holland. Springer, 1945.
- 2) 池田清宏, 室田一雄: 構造系の座屈と分岐, コロナ社, 2001.
- 3) 大阪市立大学橋梁工学研究室, 日本構研情報 (株): USSP version4.0 ユーザーズ・マニュアル, 1999.
- 4) (社) 日本建築学会: 鋼構造座屈設計指針, 丸善, 1996.