

セルオートマトン法を用いた1次元音響管の解析

長岡技術科学大学 学生会員 ○小野 泰和

長岡技術科学大学 学生会員 富樫 孝介

長岡技術科学大学 環境・建設系 正会員 宮木 康幸

1.はじめに

騒音伝播解析には、有限要素法や差分法など、現象を支配方程式によりモデル化し解析する手法が主に用いられてきた。しかし、音の伝播は複雑であり、結果を得ることは難しい。そこで本研究では、セルオートマトン法(Cellular Automata: 以下CA)を用いて解析を行うことにした。本モデルの妥当性の検討に際しては、1次元に関して、1次元音響管を用いて開管と閉管の2つの場合について、波動方程式の解とCAによる解析解を比較する。

2.セルオートマトン法

CAは解析対象をセルと称する均一な大きさの区分領域に分割し、各セル上に定義された離散的な状態量をごく近傍のセル間に設けた局所近傍則によって、離散的時間を追って状態量を推移させる、現象のモデル化手法である。

CAは群集流解析や粒状体解析、流体解析などさまざまな分野への適用が試みられている。また、従来から方程式によるモデル化が可能だった物理現象に対しても本手法は適用されており、波動・拡散現象など数学モデルとして偏微分方程式で記述されてきた現象について解析された例がいくつかある。

局所近傍則によって、系全体としての現象を表現可能となるため、系全体について解析を行うことなく一部分を抽出することが可能となる。

3.1次元音響管の支配方程式

媒質に生ずる圧力の振動は音として観測され、音場は以下の波動方程式により記述される。

$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 p(x,t)$$

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$
(1)

ここで、 $p(x,t)$ は音圧、 c は音速を表し、 K, ρ はそれぞれ媒質の体積弾性率および密度である。

平面波の場合、一般的に次式で求まる。

$$p(x,t) = j\omega\rho\{Ae^{j(\omega t - kx)}Be^{j(\omega t + kx)}\}$$
(2)

ここで、 A, B は境界条件より定まる係数であり、 ω は音源の角周波数、 k は波数($k = \omega/c$)である。一端に加振端を持つ音響管の音圧に関する解は、境界条件として粒子速度 $\dot{u}(0,t) = \dot{u}_0 e^{j\omega t}$ を与え、さらに他端が開放端の場合、 $p(l,t) = 0$ の条件より、

$$p(x,t) = j\rho c \dot{u}_0 \frac{\sin k(l-x)}{\cos kl} e^{j\omega t}$$
(3)

と求まる。ここで l は管の長さを表す。また、閉端の場合も同様に、境界条件 $\dot{u}(l,t) = 0$ を考慮して、

$$p(x,t) = -j\rho c \dot{u}_0 \frac{\cos k(l-x)}{\sin kl} e^{j\omega t}$$
(4)

と求まる。

4.CAによる音場モデル

1次元音響管を図-1(a)に示すように領域を正方形のセルで分割した。各セル上に状態量として、セルの状態を壁・媒質・解析境界の3種に区別する整数値 S を定義した。さらに壁でないセルに対して音圧 P およびその時間変化量 G を実数値で定義した。

考慮すべき近傍セルとして、図-3(b)に示すように両側に存在する2セルを設定した。CAの計算においては空間および時間は離散的な整数値として扱うが、波動方程式との対応づけを行う必要がある。ここでは、単位セル幅を $dx = 0.01\text{m}$ と決め、波動の媒体を空気として音速を $c = 344\text{m/s}$ と定義した。時間ステップ dt は dx を用いて、 $dt = c_a \cdot dx/c$ で求めることができる。

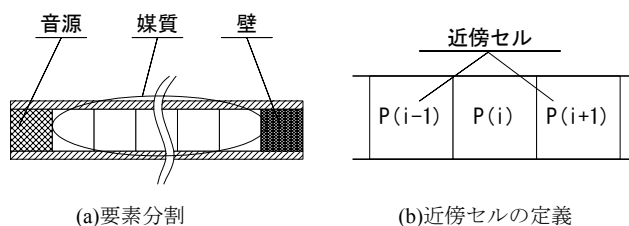


図-1 1次元音響管の要素分割と近傍セル

キーワード セルオートマトン 音響管 騒音伝播

連絡先 〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町 1603-1

長岡技術科学大学 建設設計工学研究室

各セルに与えられた状態量の計算ステップを追うごとに更新するための局所近傍則は、定式化を行うと以下のようになる．まず時間変化量 G は以下のようになる．

$$G(x, t+1) = G(x, t) + \left\{ \sum_a m_a P(x + dx_a, t) - mP(x, t) \right\} \quad (5)$$

$$\sum_a m_a = m$$

さらに、音圧の更新は次式に従う．

$$P(x, t+1) = P(x, t) + G(x, t+1) \quad (6)$$

波動が等方的に伝播するとして式(5)において、

$$m_a = m / N \quad (7)$$

とする必要がある． N は近傍数である． m は差分方程式における差分スキームのようなものであり、以下のような式で表すことが出来る．

$$m_a = N \cdot c_a^2 \quad (8)$$

c_a は伝播速度に相当するパラメータである．設定可能な伝播速度は、 $c_a \leq 1$ である．

5. 解析結果

図-2に示すように、音響管の境界条件として左側を加振端、右側を固定端および開放端の2種類を考え、強制加振時の管内の音圧分布を求める．波動方程式による解は、式(3),(4)より求めることが出来る．ここで、管長 $l=2.0\text{m}$ 、管路の分割は200セルとした．また、波動は管の断面積によらず平面波が生じるものとした．CAを用いた解析において、セルの状態量として粒子速度を定義していないため、音源に直接音圧値を与えた．

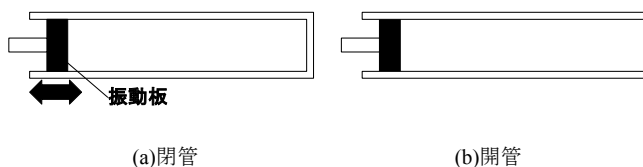


図-2 音響管の形状

開管・閉管の共振周波数におけるモード形状の比較を図-3、図-4に示す．比較を行ったモードは開管・閉管ともに1～3次である．破線が波動方程式の解より得られた解析解であり、実線がCAにより得られた計算解である．

開管・閉管ともに、おおむね正確なモード形状と音

圧値が得られており、波動方程式の解と同様にCA法によって解が求められる．

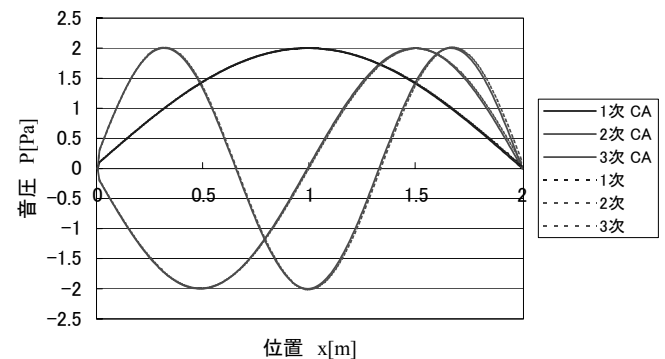


図-3 開管の共振周波数におけるモード形状の比較

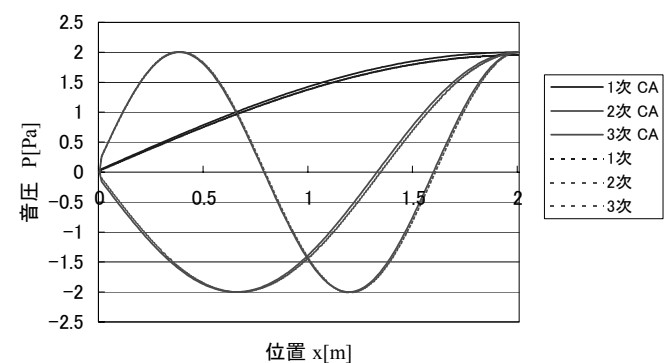


図-4 閉管の共振周波数におけるモード形状の比較

6. まとめ

CA法を用いることで1次元での伝播解析が可能であることが確認できた．このことから2次元、3次元空間における騒音伝播予測が期待できる．また、音源を複数配置した場合や音源が移動する場合など、様々な現象について、CAによる騒音伝播モデルの妥当性を検討できれば汎用性をもった騒音伝播予測モデルができる可能性がある．

参考文献

- 1) 小松崎俊彦ら:セルラオートマトンによる波動伝播解析, Transactions of JSCES, No.19990017, 1999.
- 2) 加藤恭義ら:セルオートマトン法—複雑系の自己組織化と超並列処理—, 森北出版, 1998.
- 3) 佐藤清雄:振動と波動, 初等物理シリーズ2, 培風館, pp114-149, 1993.
- 4) 高見穎郎, 河村哲也:偏微分方程式の差分解法,