空間統計学を援用したOD交通量推計手法の開発

京都大学大学院工学研究科　　学生員　○中井 周作
京都大学大学院工学研究科　　正会員　　菊池　輝
京都大学大学院工学研究科　　正会員　　北村 隆一

1.　はじめに

起点から終点へのトリップ量を表すOD交通量は，長期的な交通計画のみならず，交通規制や交通管制の基礎情報となる．しかし，OD交通量を直接観測することは困難であるため，入手可能な限られた情報からOD交通量を推定する研究が多く行われてきた 1)．本研究では空間統計学 2)を援用した新しい枠組みのOD交通量推計手法を提案する．

空間統計学とは，現象の空間的・時間的な関連性を連続空間確率場でモデル化し，離散的に観測されたデータから未知変量の分布を推計する統計理論を指す．連続空間確率場上では，対象領域内の全ての位置において，観測されている変量は確率変数からの実現値の1つとする．

空間統計学を援用することで，未観測地点での発生・集中量の推定値を得ることができるのみならず，連続空間確率場の概念を用いることで，離散的に観測された発生・集中量の連続的な分布を知ることができる．[注]

2.　OD交通量推計手法

2.1　前提条件

発生・集中量は既知であるという前提を置く．そして発生・集中量は対象領域内に各々連続的に存在しており，離散点で観測されていると仮定する．[注]

空間統計学では，データの観測点間の距離 $\mathbf{h}$ にのみ依存する空間分布則を用いる．観測された離散点の変量に対して，その分布則から重み係数を推定し，その重み係数を用いて未観測地点の推定値を表現する．このような推定法のことをクリギングと呼ぶ．本論文では通常型共クリギングを援用したOD交通量推計手法を提案する．

通常型共クリギングでは，空間分布則として，相互バリオグラム（2つの変量の非類似性を表す測度）を用いる．相互バリオグラムは次式で定義される．

$$\gamma_{i,j}(\mathbf{h})=\frac{1}{2}E\left[\left(Q_i(\mathbf{r}+\mathbf{h})-Q_i(\mathbf{r})\right)\left(Q_j(\mathbf{r}+\mathbf{h})-Q_j(\mathbf{r})\right)\right] \quad (i,j=orig,dest) \tag{1}$$

位置 $\mathbf{r}_k$ での発生・集中量は，各々 $Q_{orig}(\mathbf{r}_k)$, $Q_{dest}(\mathbf{r}_k)$ とする．

この相互バリオグラムを用いることで推定された，集中量にかかる重み係数が，発生・集中量それぞれの空間分布の関係，つまり各量の繋がりを表しているという考えの下，その重み係数を用いてOD交通量を推計する．

発生・集中量が既知である場合に，OD交通量を求める代表的な手法として重力モデルが挙げられる．本稿で提案するOD交通量推計手法は，OD間の距離に依存したモデルという点では重力モデルの発想と同じであるが，重力モデルとは異なり，対象領域内の全ての地点間距離を考慮している．

2.2　空間分布則を用いた発生量のモデル化

まず，発生・集中量それぞれの連続空間確率場から，任意の位置 $\mathbf{r}_k$ における発生量をモデル化する．観測された変量を加重平均し，推定量 $Q_{orig}{}^*$ とする．

$$Q_{orig}{}^*(\mathbf{r}_k)=\sum_{\alpha\neq k}w_{k\alpha}{}^{orig}Q_{orig}(\mathbf{r}_\alpha)+\sum_{\beta\neq k}w_{k\beta}{}^{dest}Q_{dest}(\mathbf{r}_\beta) \tag{2}$$

ここで，$w_{ka}{}^{orig}$，$w_{ka}{}^{dest}$ は位置 $\mathbf{r}_a$ の発生・集中量に掛かる重み係数であり，発生量の推定誤差分散（式(3)）を最小とする重み係数を推定する．

$$\sigma_E{}^2=2\sum_{i=orig,dest}\sum_{\alpha\neq k}w_{k\alpha}{}^i\gamma_{i,orig}(\mathbf{r}_\alpha-\mathbf{r}_k)-\gamma_{orig,orig}(\mathbf{r}_k-\mathbf{r}_k)-\sum_{i=orig,dest}\sum_{j=orig,dest}\sum_{\alpha\neq k}\sum_{\beta\neq k}w_{k\alpha}{}^iw_{k\beta}{}^j\gamma_{i,j}(\mathbf{r}_\alpha-\mathbf{r}_\beta) \tag{3}$$

最小となる条件は式(6)で与えられる．なお，$i = orig, dest$ であり，ラグランジュ未定乗数を μ_i とする．ただし，制約条件として以下の式を用いる．

$$\sum_{\alpha\neq k}w_{k\alpha}{}^i=\begin{cases}1 & (i=orig)\\ 0 & (i=dest)\end{cases} \tag{4}$$

ラグランジュ関数L（式(5)）を最小化することで式(4)の条件の下，式(3)を最小とする重み係数を推定する．

$$L=\sigma_E{}^2+\mu_i\sum_{\alpha\neq k}w_{k\alpha}{}^i \quad (i=orig,dest) \tag{5}$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{k\alpha}{}^i}=0\ ,\ \frac{\partial L}{\partial \mu_i}=0 \tag{6}$$

キーワード：OD交通量，発生・集中量，空間統計学
連絡先：〒606-8501 京都市左京区吉田本町　京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻　TEL075-753-5916

式(6)より $\alpha=1,\cdots,n$（$\alpha \neq k$）に対して連立方程式を得る．

$$\begin{cases} \sum_{j=orig,dest}\sum_{\beta\neq k} w_{k\beta}{}^{j}\gamma_{i,j}(\mathbf{r}_\alpha-\mathbf{r}_\beta)+\mu_i=\gamma_{i,orig}(\mathbf{r}_\alpha-\mathbf{r}_k) \\ \sum_{\beta\neq k} w_{k\beta}{}^{i}=\begin{cases}1\ (i=orig)\\0\ (i=dest)\end{cases}\ (i=orig,dest) \end{cases} \tag{7}$$

得られた連立方程式(7)を行列表示すると，

$$\mathbf{Y}\,\mathbf{w}=\mathbf{m} \tag{8}$$

となるため，逆行列 $\mathbf{Y}^{-1}$ を求めることにより，重み係数とラグランジュ未定乗数で構成されるベクトル $\mathbf{w}$ を得る．

また，発生量の推定量の分散は次式で表される．

$$\sigma_{CK}{}^{2}=\sum_{i=orig,dest}\sum_{\alpha\neq k} w_\alpha{}^{i}\gamma_{i,orig}(\mathbf{r}_\alpha-\mathbf{r}_k)+\mu_{orig}-\gamma_{orig,orig}(\mathbf{r}_k-\mathbf{r}_k) \tag{9}$$

以降では, 重み係数から OD 交通量を求める方法として, 発生量から推計する方法（2.3）と，集中量から推計する方法（2.4）を解説する．

2.3　発生量から推計する方法

集中量に掛かる重み係数は，推定位置の発生量と，各観測位置の集中量の繋がりの強さを表している．

ここで，ある 1 つの位置 $\mathbf{r}_\alpha$における集中量を考える．$Q_{dest}(\mathbf{r}_\alpha)$と重み係数 $w_{k\alpha}{}^{dest}$ の符号が等しい時は，$Q_{orig}{}^{*}(\mathbf{r}_k)$と $Q_{dest}(\mathbf{r}_\alpha)$は同じ挙動を示す．つまり，推定位置での発生量が大きく（小さく）なれば，観測された集中量が大きく（小さく）なる．逆に，$Q_{dest}(\mathbf{r}_\alpha)$と重み係数 $w_{k\alpha}{}^{dest}$ の符号が異なるとき, $Q_{orig}{}^{*}(\mathbf{r}_k)$と $Q_{dest}(\mathbf{r}_\alpha)$は反対の挙動を示す．このことを踏まえ，$Q_{dest}(\mathbf{r}_\alpha)$と重み係数 $w_{k\alpha}{}^{dest}$ を掛け合わせた $d_{k\alpha}$をまず定義する．

$$d_{k\alpha}=\begin{cases} w_{k\alpha}{}^{dest}Q_{dest}(\mathbf{r}_\alpha) & (w_{k\alpha}{}^{dest}\geq 0) \\ 0 & (w_{k\alpha}{}^{dest}<0) \end{cases} \tag{10}$$

この $d_{k\alpha}$を用いて分配率$a_{k\alpha}$ を以下のように定義する．

$$a_{k\alpha}=\frac{d_{k\alpha}}{\sum_\alpha d_{k\alpha}} \tag{11}$$

また，OD 交通量 $q_{dest}(k,\mathbf{r}_\alpha)$は，位置 $\mathbf{r}_k$ で発生した交通量を位置$\mathbf{r}_\alpha$に分配する割合$a_{k\alpha}$ を用いて次式で表される．

$$q_{dest}(k,\mathbf{r}_\alpha)=a_{k\alpha}\cdot Q_{orig}(\mathbf{r}_k) \tag{12}$$

式(12)に式(11)を代入し，$q_{dest}(k,\mathbf{r}_\alpha)$を算出する．

$$q_{dest}(k,\mathbf{r}_\alpha)=\frac{d_{k\alpha}}{\sum_\alpha d_{k\alpha}}Q_{orig}(\mathbf{r}_k) \tag{13}$$

2.4　集中量から推計する方法

2.3 ではある地点から発生する交通量に対して推定された重み係数 $w_{k\alpha}{}^{dest}$(α=1,···,n)を用いた. ここではある観測地点に着目し，その地点を除く全ての地点で発生した交通量に対し推定された重み係数 $w_{k\alpha}{}^{dest}$(k=1,···,n)を用いて OD 交通量を推計する．それぞれ異なる発生量に対して推定されたものであるため，2.3 と同様に分配率を求めることはできない．そこで，発生・集中量をそれぞれの平均値で除し基準化を行う．位置 $\mathbf{r}_k$ の基準化した発生・集中量を$\bar{Q}_{orig}(\mathbf{r}_k)$，$\bar{Q}_{dest}(\mathbf{r}_k)$とそれぞれ表し，発生・集中量の平均値を m_{orig}，m_{dest} とする．

$$\bar{Q}_i(\mathbf{r}_\alpha)=\frac{Q_i(\mathbf{r}_\alpha)}{m_i} \tag{14}$$

なお，i = *orig, dest* である．この基準化した発生・集中量を用いると，式(2)は以下のようになる．

$$\bar{Q}_{orig}{}^{*}(\mathbf{r}_k)=\sum_{\alpha\neq k}w_{k\alpha}{}^{orig}\bar{Q}_{orig}(\mathbf{r}_\alpha)+\sum_{\beta\neq k}w_{k\beta}{}^{dest}\bar{Q}_{dest}(\mathbf{r}_\beta) \tag{15}$$

式(15)から 2.2 と同様の手順で, 推定誤差分散が最小となるように重み係数を推定すれば良い.

分配率を求めるにあたっては，ある位置 $\mathbf{r}_\alpha$の基準化した集中量に着目する．位置 $\mathbf{r}_\alpha$の集中量に対する，位置 $\mathbf{r}_k$ から位置 $\mathbf{r}_\alpha$に集中する交通量 $q_{dest}(k,\mathbf{r}_\alpha)$の比率を $v_{k\alpha}$と する．2.1 と同様に，$\bar{d}_{k\alpha}$をまず定義する．

$$\bar{d}_{k\alpha}=\begin{cases} w_{k\alpha}{}^{dest}\bar{Q}_{dest}(\mathbf{r}_\alpha) & (w_{k\alpha}{}^{dest}\geq 0) \\ 0 & (w_{k\alpha}{}^{dest}<0) \end{cases} \tag{16}$$

この$\bar{d}_{k\alpha}$を用いて，$v_{k\alpha}$を以下のように定義する．

$$v_{k\alpha}=\frac{\bar{d}_{k\alpha}}{\sum_k \bar{d}_{k\alpha}} \tag{17}$$

また, OD 交通量 $q_{dest}(k,\mathbf{r}_\alpha)$は, $v_{k\alpha}$から次式で表される．

$$q_{dest}(k,\mathbf{r}_\alpha)=v_{k\alpha}\cdot Q_{dest}(\mathbf{r}_\alpha) \tag{18}$$

式(18)に式(17)を代入し，$q_{dest}(k,\mathbf{r}_\alpha)$を算出する．

$$q_{dest}(k,\mathbf{r}_\alpha)=\frac{\bar{d}_{k\alpha}}{\sum_k \bar{d}_{k\alpha}}Q_{dest}(\mathbf{r}_\alpha) \tag{19}$$

3.　まとめと課題

本稿では通常型共クリギングを援用した 2 つの推計手法を提案した．2 つの手法は発生・集中量どちらかのトリップエンド条件しか考慮していないため，発生・集中量の両方のトリップエンド条件を考慮した手法への改善，ならびに動的な枠組みへの拡張が課題として挙げられる．

注：

発生・集中量は各々ゾーンから生起するトリップ量，ゾーンに到着するトリップ量の総量のことであり，実際は連続的な分布は存在しないため, 存在すると仮定を置く．

参考文献

1) たとえば，楊海，飯田恭敬，佐佐木綱：観測リンク交通量を用いた時間 OD 交通量の動的推計法　土木計画学研究・講演集　No.13 pp.599-606　1990
2) 地球統計学研究委員会：地球統計学　森北出版　2003