JSWAS下水道挿入用FRPM管のバックリング式の検討

中央復建コンサルタンツ　井上裕司・大阪市立大学　東田　淳・積水化学工業　矢野博彦
阿南工業高等専門学校　吉村　洋・大阪市都市環境局　白井久順・大杉朗隆

まえがき　E.Amstutzは1950年と1953年の論文[1),2)]で、トンネルの覆工コンクリートの内部にわずかな間隙k_0を持って内張りされた鋼管の座屈理論式(旧式)を発表した。この理論式は、内張り鋼管が外水圧によって楕円となり、長軸を含むある範囲が覆工コンクリートと接した状態で、扁平となった短軸において管体が降伏し、スナップスルーにより座屈すると仮定して導かれた。著者らの検討によれば、この旧式で仮定された管体の変形と境界条件には不備があるが、この不備は、1970年の論文[3)]においてAmstutz自身が新しい座屈理論式(新式)を発表したことにより、解消されていることが分かった。

一方、JSWAS下水道挿入用FRPM管[4)](JSWAS K-16)の管厚計算は、Amstutzの旧式を、曲げ弾性係数E_bと圧縮弾性係数E_cの異なるFRPM管に適用できるように改良した式(JSWAS式)に基づいて行うことになっている。著者らはこのJSWAS式に検討を加え、この式がAmstutzの旧式に基づいている点と、E_bとE_cの導入過程の2点にそれぞれ問題があることを見い出した。

このように幾つかの問題点が発見されたので、Amstutzの新式にE_bとE_cを導入した場合の式(修正式)を新たに作り、この修正式に基づく管厚計算を行ってJSWAS式で求められる管厚と比較した。

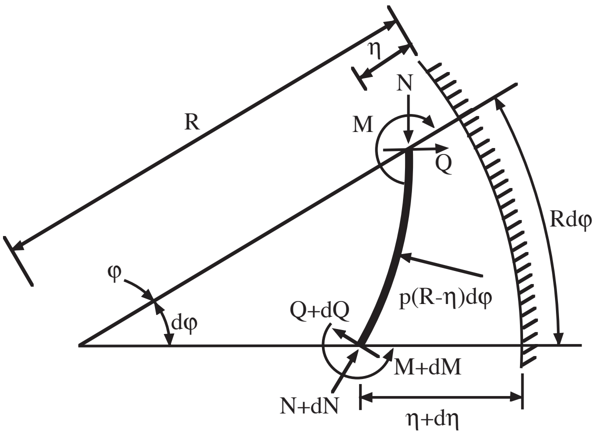

図-1　断面力、変位および座標

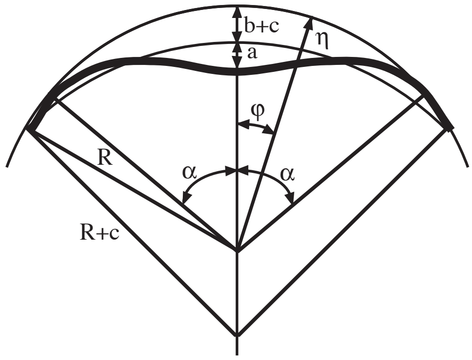

図-2　管の変形(Amstutz論文[3)]に示された図を一部修正)

修正式の概要　図-1に断面力、変位、座標を、また図-2にAmstutzの新式で仮定された管の変形を示す。まず、Amstutzの新式を導く(表-1参照)。以下、角度φに関する微分回数を下付きの数字で表す。力の釣合い、および変位と断面力の関係は式(1)(2)となり、両式から変位ηに関する微分方程式が式(3)のように求められる。この解は、Amstutzに従えば式(4)となり、解に含まれる未定定数a、b、cを、式(5)の3つの境界条件、および管体の圧縮量Δと管体の周長変化Δ1+Δ2が等しい条件から決定する。管体の圧縮量Δは、間

表-1 Amstutzの新式の誘導過程（東田による）

$$Q_1-N_0/R\cdot\eta_2+p(R-\eta_0)=0$$
$$Q_0+N_1=0 \qquad (1)$$
$$M_1-Q_0R=0$$

$$M_0=-E_pI/R^2\cdot(\eta_0+\eta_2) \qquad (2)$$

$$\eta_5+\eta_3\{2+N_0R^2/(E_pI)\}+\eta_1\{1+N_0R^2/(E_pI)\}=0 \qquad (3)$$

$$\eta_0=a\cos(\varepsilon\varphi)+b\cos\varphi+c$$
$$\varepsilon=\{1+R^2N_0/(E_pI)\}^{1/2}=\{1+R^2(T/I)(\sigma_N/E_p)\}^{1/2} \qquad (4)$$

$$\text{at }\varphi=\alpha:\ \eta_0=0,\ \eta_1=0,\ M_0=0 \qquad (5)$$

$$\Delta=\pi R(\sigma_N/E_p+k_0/R) \qquad (6)$$

$$\Delta1+\Delta2=a\beta+\gamma a^2/(4R)$$
$$\beta=(\varepsilon-1/\varepsilon)[\varepsilon\varphi\cos(\varepsilon\alpha)-\sin(\varepsilon\alpha)]$$
$$\gamma=\varepsilon[\varepsilon\alpha-\sin(\varepsilon\alpha)\cos(\varepsilon\alpha)+\varepsilon\alpha\sin2(\varepsilon\alpha)/\sin2(\alpha)-\varepsilon\sin2(\varepsilon\alpha)\cot\alpha] \qquad (7)$$

$$\pi R(\sigma_N/E_p+k_0/R)=a\beta+\gamma a^2/(4R) \qquad (8)$$

$$\text{at }\varphi=0:\ \sigma_F=\sigma_N+M_0/I\cdot T/2 \qquad (9)$$

$$(\sigma_F-\sigma_N)/E_p=-\{(T/2)/R^2\}\cdot(\eta_0+\eta_2) \qquad (10)$$

$$(\sigma_N/E_p+k_0/R)\cdot[1+(T/I)R^2\sigma_N/E_p]^{3/2}=\Phi(2R/T)(\sigma_F-\sigma_N)/E_p\cdot[1-\Psi(2R/T)(\sigma_F-\sigma_N)/E_p]$$
$$\Phi=\varepsilon^3\beta/(\pi\delta),\ \Psi=-\gamma/(4\beta\delta),$$
$$\delta=(\varepsilon^2-1)\{1-\cos(\varepsilon\alpha)\} \qquad (11)$$

$$(\sigma_N/E_p+k_0/R)\cdot[1+12(R/T)^2\sigma_N/E_p]^{3/2}=3.470(R/T)(\sigma_F-\sigma_N)/E_p\cdot[1-0.446(R/T)(\sigma_F-\sigma_N)/E_p] \qquad (12)$$

$$p_{cr}=\sigma_NT/R\cdot1/[1-\cos(\varepsilon\alpha)/\{1-\cos(\varepsilon\alpha)\}\cdot(2R/T)\cdot(\sigma_F-\sigma_N)/E_p] \qquad (13)$$

キーワード：下水道管、FRPM管、挿入管、バックリング、設計
連絡先: 大阪市住吉区杉本3-3-138・大阪市立大学工学部・Tel & Fax: 06-6605-2725

表-2 修正式の誘導過程 (東田による)

$M_0= -I/R^2 \cdot (E_c\eta_0+E_b\eta_2)$ (14)	$(\sigma_F-\sigma_N)/E_b= -\{(T/2)/R^2\} \cdot (E_c/E_b \cdot \eta_0+\eta_2)$ (17)
$\eta_5+\eta_3\{1+E_c/E_b+N_0R^2/(E_bI)\}$ $+\eta_1\{E_c/E_b+N_0R^2/(E_bI)\}=0$ (15)	$(\sigma_N/E_c+k_0/R) \cdot [E_c/E_b+(T/I)R^2\sigma_N/E_b]^{3/2}=\boldsymbol{\Phi}(2R/T)(\sigma_F-\sigma_N)/E_b \cdot [1-\boldsymbol{\Psi}(2R/T)(\sigma_F-\sigma_N)/E_b]$ $\boldsymbol{\Phi}=\boldsymbol{\varepsilon}^3\beta/(\pi\boldsymbol{\delta}),\ \boldsymbol{\Psi}= -\gamma/(4\beta\boldsymbol{\delta}),$ $\boldsymbol{\delta}=[(\boldsymbol{\varepsilon}^2-E_c/E_b)-\boldsymbol{\varepsilon}\mathit{sin}(\boldsymbol{\varepsilon}\alpha)/\sin\alpha \cdot (1-E_c/E_b)-E_c/E_b \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}^2-1)\mathit{cos}(\boldsymbol{\varepsilon}\alpha)]$ (18)
$\boldsymbol{\varepsilon}=\{E_c/E_b+N_0R^2/(E_bI)\}^{1/2}$ $=\{E_c/E_b+R^2(T/I)(\sigma_N/E_b)\}^{1/2}$ (16)	$p_{cr}=\sigma_N T/R \cdot 1/[1-(\boldsymbol{\varepsilon}^2-1)\cos(\varepsilon\alpha)/\boldsymbol{\delta} \cdot (2R/T) \cdot (\sigma_F-\sigma_N)/E_p]$ (19)

隙k_0を考慮して式(6)で表される。ここにσ_Nは管に生じる軸応力である。管体の周長変化は半径の変化分Δ1と中立軸の傾きによる変化分Δ2の和として式(7)で表される。式(6)と式(7)を等置して式(8)を得る。最後に、Mが最大となるφ=0において、式(9)の右辺で表される縁応力が降伏応力σ_Fに達する条件から式(10)が求められる。式(10)にφ=0におけるη_0とη_2を代入し、両辺にε^3を乗じて式(11)を得る。εが20の時、式(11)の係数ΦとΨはほぼ収束して定数となり、安全側となるので、この定数を式(11)に与えて式(12)が得られる。式(12)によって管に生じる軸応力σ_Nを求めれば、座屈圧力p_{cr}が式(13)により得られる。なお、Amstutzの旧式では、式(12)のΦとΨがそれぞれ3.36、0.5であり、式(12)とは異なっているが、これは計算誤差ではなく仮定された管の変形が違うためである。

次に、Amstutzの新式に曲げ弾性係数E_bと圧縮弾性係数E_cを導入して、修正式を誘導する(表-2参照)。式(2)のMに含まれるη_0とη_2が、それぞれ圧縮と曲率の変化を表すことに着目して、それぞれに対してE_cとE_bを適用すると、式(14)が得られる。変位の微分方程式(3)は式(15)のように変わる。この解は式(16)の$\boldsymbol{\varepsilon}$を用いて式(4)のη_0と同形で表される。さらに式(10)は式(17)となる。これらを用いて式(11)を書き換えて、最終的に式(18)を得る。バックリング圧力p_{cr}は式(19)によって得られる。式(18)の$\boldsymbol{\delta}$がE_c/E_bの値によって変化するため、$\boldsymbol{\Phi}$と$\boldsymbol{\Psi}$もE_c/E_bの値によって変化することになる。一方、JSWAS式はE_c/E_bの値が変化しても、ΦとΨはAmstutzの旧式の定数(Φ=3.36とΨ=0.5)をそのまま用いているので、E_bとE_cを正当に導入できていないことは明らかである。

修正式とJSWAS式による座屈圧力の比較 図-3の曲線は、修正式とJSWAS式を用いて求めた4通りのE_c/E_bの値に対する座屈圧力p_{cr}とT/R (R: 管厚中心半径)の関係を示している。同図のプロットはJSWAS K-16に示されたE_c/E_b=0.88の場合の実験結果である。計算は実験条件に合わせて、管外径D=100 cm、σ_F=3600 kgf/cm^2、E_b=250,000 kgf/cm^{2}とし、Tを5通りに変えた。この図から、修正式によって求めたp_{cr}は常にJSWAS式によるp_{cr}よりも大きく、この傾向はE_c/E_bが小さくなるにつれて強まっている。すなわち、JSWAS式は修正式よりも常に安全側の結果、言い換えると過大な結果を与える。また、実験結果と比べると、修正式のp_{cr}の方がどちらかと言えば実験結果に近いが、JSWAS式のp_{cr}も実用的に十分な精度で実験結果と一致していると言える。

以上の比較から、JSWAS式は修正式に変更すべきであると結論される。さらに、著者らは下水道更生管(二層構造管)に対してJSWAS式を適用すべきことを提案しているが、二層構造管ではE_c/E_bが0.7を下回る内巻きライナーがあるので、この場合も今回示した修正式を用いた方が経済的である。

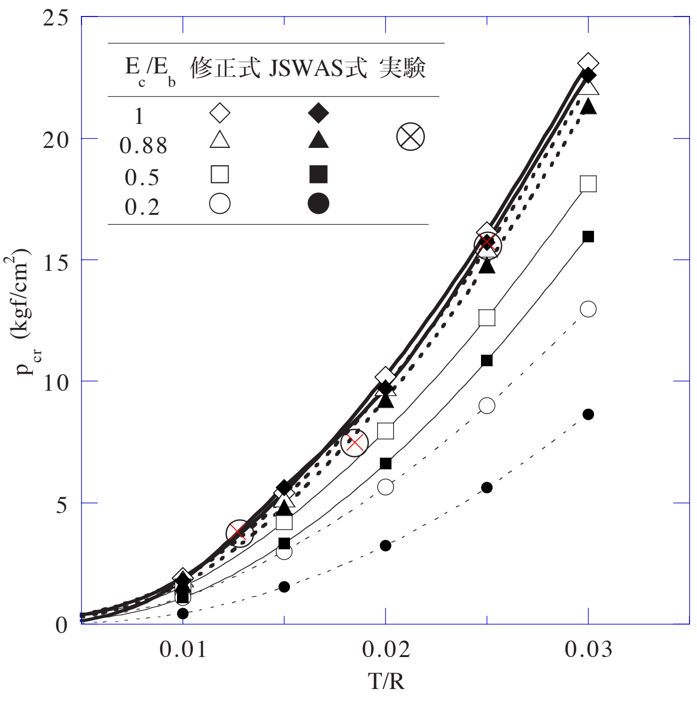

図-3 修正式とJSWAS式による座屈圧力p_{cr}の比較

参考文献: 1) Amstutz, Das Einbeulen von Schacht- und Stollenpanzerungen, Schweizerishe Bauzeitung, 68, No.9, pp.102-105, 1950. 2) Amstutz, Das Einbeulen von Schacht- und Stollenpanzerungen, Schweizerishe Bauzeitung, 71, No.16, pp.229-231, 1953. 3) Amstutz, Buckling of pressure-shaft and tunnel linings, Water Power, November, pp.391-399, 1970. 4) 日本下水道協会、JSWAS下水道挿入用強化プラスチック複合管(JSWAS K-16)、2004.