

浅い基礎の沈下推定における地盤特性の空間的ばらつきと統計的推定誤差による不確実性

国土交通省 中部地方整備局
岐阜大学 工学部

○石野淳也
本城勇介

1. まえがき

信頼性解析では不確実性を、物理的不確実性、モデル化により生じる誤差、統計的推定誤差の3つに分類している。しかし、これらは実現象に複合して表れるため、その定量的把握は困難である。

本研究では、このような3種類の不確実性の内、特に物理的不確実性と統計的推定誤差が、最終的に設計される構造物の信頼性にどの程度寄与するのかを定量的に把握することを目的としている。

その例題として、ある地盤に施工されたフーチングに荷重がかかった時の沈下量を予測する問題を考える。すなわち、地盤のヤング率Eの空間的ばらつきと統計的推定誤差が沈下量の不確実性にどう影響しているのかを数値実験によって定量的に把握することを試みる。

このように空間的な地盤のヤング率Eの不確実性に関しては Fenton and Griffiths(2002)¹⁾の研究があるが、この研究では、物理的不確実性のみを対象とし、統計的推定誤差は対象としていない。

2. 研究方法

2.1 空間的ばらつきによる不確実性の把握

沈下量の予測には有限要素法を用いる。これは、4節点要素を使用し、弾性体の軸対称の円形領域に鉛直等分布荷重する問題を取り扱うものである²⁾。

沈下量予測への空間的ばらつきによる不確実性の程度を把握する手順は次の通りである。

1. 定常確率ガウス過程のモンテカルロシミュレーションにより、平均0、分散 σ^2 に従う2次元の正規確率場を生成する。
2. 求めたサンプル関数をヤング率Eとして取り扱うため、所与の平均と分散で対数正規分布に変換する。対数正規分布に変換するのは地盤のヤング率Eの変動係数が大きくなった場合に、ヤング率が負の値とならないためである。
3. 得られたヤング率Eを、有限要素法のメッシュに深度方向に当てはめ、地盤をばらつかせる。

本研究では、ヤング率は地盤の深度方向についてのみばらつき、水平方向の同一層では同じ値をとることとした。これは、地盤特性に関する統計解析の結果、水平方向への自己相関距離は、鉛直方向のそれに比べてはるかに長いためである³⁾。

4. 一定荷重のもとフーチングの沈下量を調べる。
5. 1, 2, 3, 4を地盤のヤング率Eの平均、分散、自己相関距離を一定にし、多数シミュレートする。

これらの事を地盤のヤング率Eの分散や自己相関距離を様々なケースで設定して行う。

2.2 統計的推定誤差による不確実性の把握

弾性地盤上の円形領域へ荷重する問題では、地表面の沈下量は式(1)により求まることが分かっている⁴⁾。

$$\rho_z = \frac{2qR(1-\nu^2)}{E} \quad (1)$$

今、地盤のヤング率Eの真値が対数正規分布 $\ln N(\mu, \sigma)$ で表されるとすると、ヤング率Eの平均 μ をn個のサンプルにより推定する場合、ヤング率Eの平均の推定値は平均 μ 、分散 $\sigma/\sqrt{n}$ の分布で表される事になる。この分布に従ったヤング率Eをシミュレートし、式(1)に代入してフーチングの沈下量を求め、推定誤差による沈下量のばらつきへの影響を把握する。

3. 解析結果と考察

3.1 空間的ばらつきによる不確実性

本研究では、設定ケースや計算結果を、すべて無次元化して表した。すなわち、ヤング率Eと荷重Qは、それらの比E/Qで表し、長さはすべてフーチング半径Rで除して無次元化して示した。この結果E/Qは1, 10, 50, 100及び200とし、自己相関距離aとフーチング半径Rの比a/Rは0.1, 0.3, 0.5, 1.0及び10.0とした。したがって、計算したのはこれらと地盤のヤング率Eの変動係数 $\text{cov} = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ 及び1.0を組み合わせた125ケースであり、それぞれ1000回のシミュレーションを行い、結果を整理した。

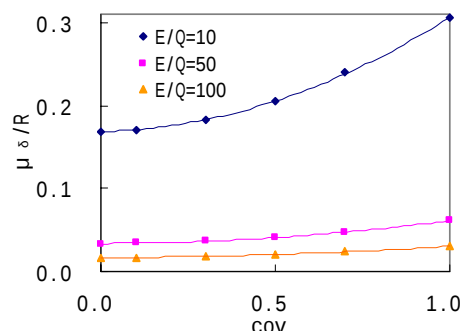


図-1 地盤のヤング率Eの変動係数と沈下量の平均

図-1はヤング率Eの変動係数と、推定されたフーチング中央での沈下量の平均との関係を示したものである。ヤング率Eの変動係数が大きくなるにつれて μ_{δ}/R が大きくなることからわかる。この理由は、沈下量

がEの逆数に比例するため、Eの小さい部分が沈下量に大きく寄与するためと考えられる(式(1)参照)。

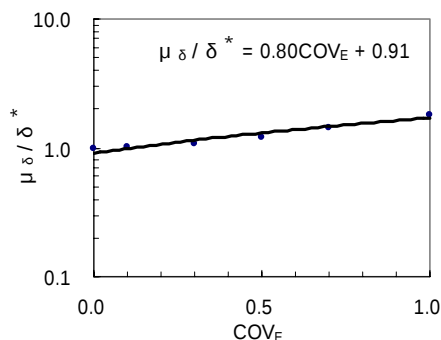


図-2 沈下量の平均とヤング率Eの変動係数の関係

図-2は、図-1において沈下量の平均値をEの $COV_E=0$ の時の沈下量 δ^* で正規化したものを示したものである。 μ_{δ}/δ^* を対数目盛りで表すと、ヤング率Eの COV と μ_{δ}/δ^* の関係は、ほぼ直線で表すことができ、近時曲線は $\mu_{\delta}/\delta^* = 0.80COV_E + 0.91$ となった。

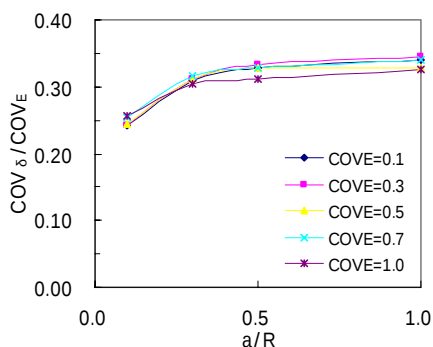


図-3 a/R と COV_{δ}/COV_E の関係

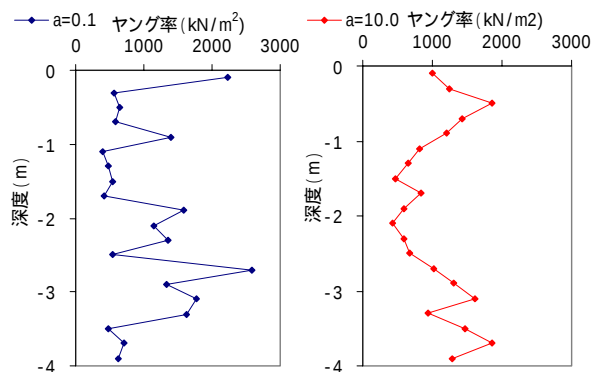


図-4 地盤のヤング率Eの深度方向のばらつき

図-3は自己相関距離 a/R と COV_{δ}/COV_E の関係を示したものである。自己相関距離が長くなると沈下量の変動係数は大きくなるが、自己相関距離 a/R が0.5を越えてからは沈下量の変動係数にほとんど変化はないことがわかる。この理由について考えてみる。図-4に $COV=0.3$ の場合の生成されたヤング率の一例をプロットしたものを示した。これを見れば、自己相関距離が短い場合は激しく変化しているのに対し、自己相関距離が長い場合はゆっくりと変化していることがわかる。つまり、沈下量に影響を与えられとされる地盤の範囲におけるヤング率Eの移動平均は自己相関距離が長

い場合の方がばらつくといえる。この事が、自己相関距離が長くなると沈下量の変動係数が大きくなる理由と考えられる。

しかし、自己相関距離 a/R がある程度長くなるにつれて、 COV_{δ}/COV_E は大体0.32~0.35に収束することがわかる。

3.2 統計的推定誤差による不確実性との比較

表-1に統計的推定誤差を考慮した場合と空間的ばらつきを考慮した場合の沈下量の変動係数を示した。これを見ると、サンプル数が9~16の時、空間的ばらつきと同じくらい沈下量に影響を与えることがわかる。

表-1 沈下量の変動係数($COV=0.3, 1.0$ を例として)

COV	n	統計的推定誤差を考慮した場合の $\sigma_{\delta}/\mu_{\delta}$	空間的ばらつきを考慮した場合の $\sigma_{\delta}/\mu_{\delta}$
0.3	1	0.30	0.07 ~ 0.10
	4	0.15	
	9	0.10	
	16	0.075	
	25	0.060	
	36	0.050	
1.0	1	0.87	0.25 ~ 0.33
	4	0.47	
	9	0.32	
	16	0.25	
	25	0.20	
	36	0.17	

4. 結論

地盤が不均質なほど、沈下量は大きくなる傾向がある。沈下量の平均とヤング率Eの変動係数の関係は $\mu_{\delta}/\delta^* = 0.80COV_E + 0.91$ と近似的に定量化できた。

自己相関距離が長くなると、沈下量のばらつきが大きくなる。しかし、 COV_{δ}/COV_E は大体0.32~0.35に収束することがわかった。

沈下量の不確実性を考えるとき、一見、地盤のばらつきが重要な要因に思われるが、実は、統計的推定誤差の方が影響を及ぼす可能性がある。

【参考文献】

- 1) Fenton, G. A. and Griffiths, D.V. (2002): Probabilistic Foundation Settlement on Spatially Random Soil, J.Geotech. and Env.Eng. (ASCE) 128(5), pp381-390
- 2) Smith, I.M and Griffiths, D.V. (1987): Programing the Finite Element Method, PP171-172, John Wiley & Sons
- 3) Lumb, P. (1975): Special variability of soil properties, Proc.2nd. ICASP pp.337-421
- 4) Poulos, H.G. and Davis, E.H. (1974): Elastic Solutions For Soil and Rock Mechanics, pp.43-49, John Wiley & Sons