

津波による構造物に作用する流体力の有限要素解析

中央大学大学院 学生員 ○ 小林 義典
中央大学 正会員 櫻山 和男

1. はじめに

津波遡上後の氾濫流による構造物への被害を予測するためには、氾濫流による流体力を定量的に評価することが重要である。津波による遡上解析においては、複雑な自然地形や建物群を考慮する必要があるため、任意形状への適合性に優れた有限要素法は有効な手法である。

そこで本研究は、SUPG 法に基づく安定化有限要素法による津波の遡上解析と流体力の評価手法の構築を行った。なお、支配方程式には、浅水長波方程式と Boussinesq 方程式¹⁾の両方を用い、移動境界手法としては、複雑地形への適応性に優れた Euler 的手法²⁾を用いた。数値解析例として、矩形水槽内の段波問題³⁾を取り上げ、計算結果と実験値との比較により、本手法の妥当性と有効性の検討を行った。また、有限要素分割の計算結果への依存性についても検討した。

2. 解析手法

(1) 支配方程式と離散化手法

支配方程式には、以下に示す浅水長波方程式、及び Boussinesq 方程式を用いる。

a) 浅水長波方程式

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} [(h + \zeta) U_i] = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + g \frac{\partial (h + \zeta + z)}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[A_h \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] = 0 \quad (2)$$

ここで、 U_i は断面平均流速、 ζ は水位変動量、 h は水深、 z は標高値、 g は重力加速度、 A_h は渦動粘性係数である。

b) Boussinesq 方程式

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{A}_i \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_i} = \mathbf{R} \quad (3)$$

ここで、

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} H \\ U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} U_1 & H & 0 \\ g & U_1 & 0 \\ 0 & 0 & U_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} U_2 & 0 & H \\ 0 & U_2 & 0 \\ g & 0 & U_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial}{\partial x_i} \left[A_h \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_1} \right) \right] - g \frac{\partial z}{\partial x_1} + \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 U_1}{\partial x_1 \partial x_i \partial t} \\ \frac{\partial}{\partial x_i} \left[A_h \left(\frac{\partial U_2}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_2} \right) \right] - g \frac{\partial z}{\partial x_2} + \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 U_i}{\partial x_2 \partial x_i \partial t} \end{bmatrix},$$

である。ここで、 H は全水深である。

また、空間方向の離散化として SUPG 法に基づく安定化有限要素法を、時間方向の離散化として、浅水長波方程式

にはマルチパス法を、Boussinesq 方程式にはクランク・ニコルソン法を用いた。

なお、移動境界手法として複雑地形に対する適応性に優れた固定メッシュに基づく Euler 的手法を適用した。アルゴリズムの詳細は参考文献²⁾を参照されたい。

(2) 流体力評価手法

本研究では、時間ステップごとに計算された流速と水位を用いて、流体力を重み付き残差方程式の境界積分項より求める。

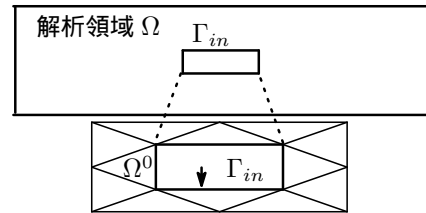


図-1 解析領域と物体周りのメッシュ拡大図

図-1に示すよう、解析領域 Ω 内部に境界 Γ_{in} が存在する場合を考える。物体周り一層分のメッシュにより構成される領域 Ω^0 では、

$$\int_{\Omega^0} U_i^* \left(\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + g \frac{\partial (h + \zeta + z)}{\partial x_i} \right) d\Omega + \int_{\Omega^0} \frac{\partial U_i^*}{\partial x_j} A_h \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) d\Omega + \frac{h^2}{3} \int_{\Omega^0} \frac{\partial U_i^*}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_j \partial t} d\Omega = \int_{\Gamma_{in}} U_i^* \hat{t}_i d\Gamma \quad (4)$$

が成り立つ。ここで、右辺頂の $\hat{t}_i$ はトラクションであり、「境界に働く単位面積毎の力」を表す。つまり、領域 Ω^0 では、式(4)の右辺の境界積分項そのものが物体周りに働く流体力となる。よって、式(5)に計算された流速と水位を代入する事により流体力 T_i が求められる。

$$T_i^{n+1} = \int_{\Omega^0} U_i^* \left(\frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta t} + U_j^n \frac{\partial U_i^n}{\partial x_j} + g \frac{\partial (h^n + \zeta^n + z)}{\partial x_i} \right) d\Omega + \int_{\Omega^0} \frac{\partial U_i^*}{\partial x_j} A_h \left(\frac{\partial U_i^n}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j^n}{\partial x_i} \right) d\Omega + \frac{h^{n2}}{3} \int_{\Omega^0} \frac{\partial U_i^*}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta t} \right) d\Omega \quad (5)$$

また、浅水長波方程式において式(4)、(5)の第三項は、考慮しないものとする。

3. 数値解析例

(1) 矩形水槽内段波問題

本手法の有効性を検討するため、矩形水槽内の段波問題を取り上げる。なお、本報告においては、浅水長波方程式を

KeyWords: 有限要素法, SUPG 法, 移動境界問題, 流体力

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: y-kobayashi4@civil.chuo-u.ac.jp

用いた結果のみを示す．図-2 に，解析モデルの初期形状を示す．水槽内にゲートを設置し，左部と右部で 10.0[cm] の水位差を与え，ゲートを急開することにより段波を発生させる．有限要素分割の違いによる計算結果への依存性の検討としては，表-1 に示す 4 ケースを用いた．mesh1, 3, 4 は，構造物周りを一層のみを構造格子，mesh2 は，五層を構造格子とし，その他の領域に対して非構造格子を用いた．図-3 に，各 mesh の構造物近傍の有限要素分割図を示す．解析条件としマルチパス法の反復回数は 3 回，陸水判定に用いる微小量 ε は 0.1[mm] を用いた．境界条件として，右端で流速，水位ともに free，他の壁面で slip 条件を与えた．

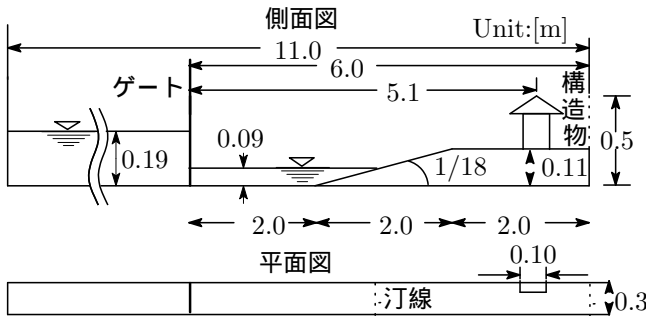


図-2 解析モデルの初期形状

表-1 比較を行った有限要素分割

	構造物周りの要素数	微小時間増分量 Δt [sec]
mesh1	204	1.0×10^{-5}
mesh2	204	5.0×10^{-6}
mesh3	84	1.0×10^{-4}
mesh4	44	5.0×10^{-4}

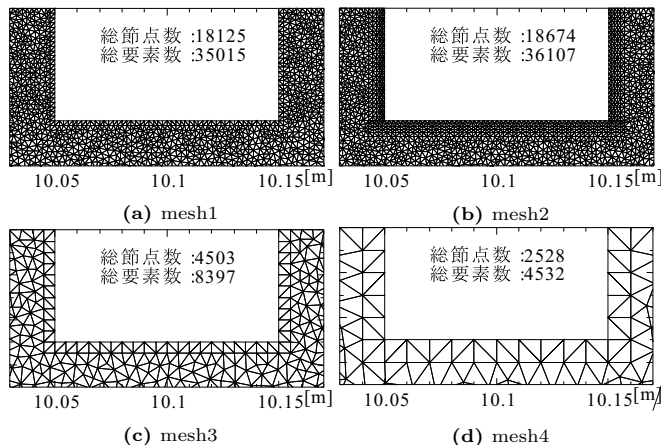


図-3 有限要素分割図

図-4 に，構造物前面における水位の時刻歴を示す．図より，計算結果は，実験値³⁾と比べるとピーク値，及び波の通過した後の値は良い一致をしているものの水位時刻歴は一致していない．この原因としては，波の分散性を考慮していないことにより，段波後方に分散波が生じていないためと考えられる．また，有限要素分割による解への差異については，細かい mesh1, 2 に比べ粗い mesh3, 4 はピーク値を過小に評価されている．

図-5 に，構造物に作用する流体力の時刻歴を示す．図より，4 ケースともに波の衝突直後における流体力は，実験

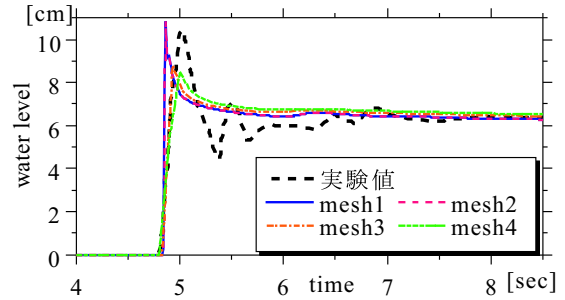


図-4 構造物前面における水位の時刻歴

値に比べ過大となったが，その後は良い一致を示した．差異の原因は，分散性を考慮していないことにより波が前傾化したためと考えられる．また，要素分割の依存性は水位に比べて大きく，流体力の正確な評価には，細かい要素分割が必要となることがわかる．

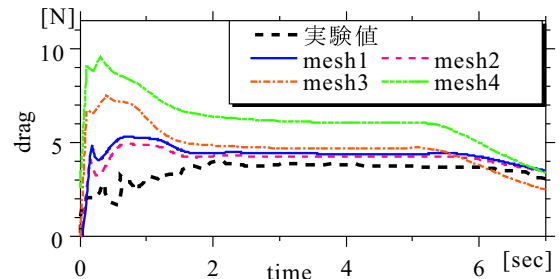


図-5 流体力の時刻歴

なお，Boussinesq 方程式を用いた場合の計算結果については，講演時に示す．

4. おわりに

本研究は，任意形状への適合性に優れた有限要素法に基づく津波の遡上解析，及び流体力の評価手法の構築を行った．本手法の妥当性と有効性，及び有限要素分割の依存性の検討を行った結果，以下の結論を得た．

- 水位のピークは，実験値と良い一致を示したが，時刻歴の形状は実験値と差異が見られた．また，流体力において，波の衝突直後において差異が見られたが，その後は良い一致を示した．
- 水位に関しては大きな要素分割の依存性は見られなかったが，流体力に関しては依存性が顕著に現れた．流体力の正確な評価には，水位の評価に比べてより細かい要素分割が必要となることが明らかになった．今後の課題として，分散項の更なる検討が挙げられる．

謝辞 本研究を行うにあたり，秋田大学の松富英夫先生から有益なデータとご助言を賜った．ここに記して感謝申し上げます．

参考文献

- 1) 岩瀬浩之・見上敏文・後藤智明・藤間浩次：『津波の伝播計算を対象とした非線形分散長波式の比較』土木学会論文集 No.705/II-64，pp.129-138，2002.5．
- 2) Mutsuto Kawahara, Tsuyoshi Umetsu：『Finite element method for moving boundary problems in river flow』, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 6, pp.365-386, 1986．
- 3) 松富 英夫・大向 達也：『津波氾濫流の流体力に関する実験』, 海岸工学論文集第 46 巻，土木学会，pp.336-340, 1999.