境界要素法及び重み付差分法による貯水池内流れ解析

九州産業大学大学院 学生会員 川原崇廣 九州産業大学 正会員 加納正道

九州産業大学 正会員 中村直史 九州産業大学 正会員 赤坂順三

九州産業大学大学院 非会員 甲斐啓介

1. まえがき

貯水池における問題として、富栄養化や底層における貧酸素化などが挙げられるが、これらの問題に関する 対策・予測評価のためには、流況及び物質拡散を表現し得る数値解析手法が有用と考えられる。そこで、本報 では、二次元重み付差分法(WFDM)及び境界要素法(BEM)を用いて貯水池流動現象の解析を行ったことに ついて述べる。WFDMは、不規則な四辺形格子を用いることで、幾何学的な境界形状に適合した計算メッシ ュによる解析が可能であり、これまでに塩水くさび問題¹⁾や浅海流²⁾および波動問題³⁾などに適用され、良 好な解析結果を得た実績をもつ。また、BEMも塩水くさび拡散や波動解析の実績をもっている。

本報においては、本問題へ適用する初段階として、比較的簡単化された解析条件のもとで WFDM 及び BEM の適用を行い、これらの結果を検討している。

2. 解析領域と解析条件

貯水池の解析領域は、水深 36m、貯水池長 96m 程 を想定した。また、解析条件としては、流入口より 流速 0.01m/s で流入させ、流出口は自由流出とし、 水面は自由表面条件とした。図1に不規則四辺形格 子分割による WFDM 解析メッシュを示す。WFDM における空間格子間隔は、およそ x=1m、 z=1 mのメッシュで計算を行う。

3. 基礎方程式

貯水池内の流速u,wを解析するための基礎方程式に は、連続の式(1)とNavier-Stokes (以降N-S式と記す) 方程式(2),(3)を用いる。ここに、u,wはx,z方向の流 速、gzは重力加速度、Pは圧力、は水の密度、は動 粘性係数を表わす。また、溶存酸素(D0)の拡散解析には 移流拡散方程式(ここでは省略)を用いている。

4. WFDM 解析

4.1 WFDM 差分モデル

WFDMにおいては考える点を計算するために用 いる周辺格子点の数、および位置を任意に選択する ことができるが、本解析においては、図2に示す中 央型をとる多段階陽形式WFDMモデルを用いた。未 知量u,wを計算するための重み付差分式は、WFDM モデルをもとに、式(4)のように、周辺点の流速値お よび非同次項Fによる重み付加算式で表される。ここ に、u(i, j, P)は、考える点(i・x, j・z, L・t)にお ける x方向の未知な流速を示し、また、,は格 子の歪率、sは平均格子幅、a1,a2,a3,b1,b2,b3は重みを 表わす。この重みの求め方については参考文献2)に 詳しいので記載を省く。

$$u(i, j, L) = a_1 \cdot u(i, j, L-2) + a_2 \cdot u(i+1, j, L-2) + a_3 \cdot u(i-1, j, L-2) + b_1 \cdot F(i, j, L-1) + b_2 \cdot F(i+1, j, L-1) + b_3 \cdot F(i-1, j, L-1)$$
(4)



$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{t}} + \mathbf{u} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{w} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} - \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial z^2}\right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x}$$
(2)

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + g_z$$
(3)



図2 多段階陽形式 WFDM モデル

キーワード 境界要素法,重み付差分法,不規則四辺形格子,貯水池,数値解析 連絡先 〒813-8503 福岡市東区松香台 2-3-1 九州産業大学工学部都市基盤デザイン工学科 TEL092-673-5688

4.2 WFDM における境界の取り扱い

考える点が壁面境界付近にある場合には、流速が 過小となることを防ぐために境界処理を行った。そ の具体的な手法は参考文献 4)に記載したものと同様 である。

5. BEM 解析

5.1 ペナルティー法

BEM により N-S 式を用いて流れを解析する場合に は連続の式をうまく取り込んで N-S 式を解くことが必 要となるが、連続の式には圧力の項Pを含んでいないこ とより容易ではない。この1手法として、BEM にペナ ルティー法を適用している。即ち、次式(6)と表現し、 係数 K を大きな値とすることで連続の式(流れの連続 性)を満足させる。また、式(6)を式(2),(3)へ代入して 圧力P項を消去している。

$$P = K \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$
(6)

5.2 平均流速の基本解への組み入れ

通常の BEM では、N-S 式を解く場合に移流項を領域 積分で取扱っており、このため Re 数(又はペクレー数) が大きくなると BEM 解が不安定となり易い。この対策 として以下の工夫をしている。即ち、解析領域をサブ 領域(数個~十数個)に分割する。各サブ領域に、内部 セル(数個)を設けて流速を平均流速ū;とその補正速度 Δu;に分ける[式(7)]。 この平均流速ū;を BEM の基 本解に組み入れる。このような工夫により Re 数が大き い場合に BEM 解の安定性を向上させるものである。こ の工夫は、移流拡散解析においても適用でき、それらの 基本解は、定常流れの場合には、式(8),(9)と表わされ る。ここに、D は拡散係数を示す。

$$\mathbf{u}_{i} = \overline{\mathbf{u}}_{i} + \Delta \mathbf{u}_{i} \tag{7}$$

$$u^{*} = (K_{0}(r)/2\pi) \exp\{-\overline{u}_{i}(X_{ip} - X_{iQ})/2\}$$
(8)

$$c^* = (K_0(r)/2\pi D) \exp\{-\overline{u}_i (X_{ip} - X_{iQ})/2D\}$$
 (9)

6. WFDMとBEMの比較

複雑な形状の水域における貯水池の解析をするために、不規則四辺形格子を用いた。WFDM による解析結果を図 3,図 4,図 5 に示す。境界付近の流況については、矩形格子に比べ不規則四辺形格子ではスムーズな流動である解析結果を得た。また、図 6 にBEM による流速ベクトルとDO 濃度分布(カラー表示)を示している。



図6 BEM による流れとDO 濃度解

7. むすび

本報では、簡単化された解析条件のもとで貯水池を対 象に、不規則四辺形格子を用いた重み付差分法及び境界 要素法による流動及び拡散解析を行った。その結果、重 み付差分法においては、境界に沿ったスムーズかつ合理 的な流れが表現でき、本手法の有用性を示すことができ た。現在、ダム底層部に貧酸素水改善の為の気液溶解装 置を設置した場合に貯水池全体の流動と拡散へ及ぼす 影響に関する数値解析について検討中であり、今後は、 実際の貯水池を想定した解析領域を対象に本手法を応 用すべく、水温や密度流及び濁度などの諸水質項目を考 慮した解析を行いたいと考えている。

参考文献

- 1) Kanoh, M., Kuga, Y.,and Ueda, T.:Weighted Finite Difference Method for Diffusive Transport. *Proc. Int. Sym. On Sediment Transport Modeling*, pp. 209-214, 1989.
- 2) 中村他:二次元重み付差分法の浅海流への適用,土木学会論文集 No.747 / II-65, pp. 125-134, 2003
- 3) 加納他:重み付差分-境界要素結合法による透過型潜堤の数値解析,第59回土木学会年次学術講演会概要集,2004
- 4) 川原他:重み付差分法による貯水池内流れの解析,平成16年度土木学会西部支部講演概要集