

目的関数の差異による洪水流量推定誤差に及ぼす影響

株式会社 北開水工コンサルタント
 (財) 北海道河川防災研究センター
 株式会社 建設技術研究所 北海道支社
 北海道工業大学 工学部 土木工学科

○正 員 伊賀 久晃 (Hisaaki Iga)
 フェロー 星 清 (Kiyoshi Hoshi)
 正 員 貞本 均 (Hitoshi Sadamoto)
 フェロー 橋本 識秀 (Norihide Hashimoto)

1. はじめに 流出解析を行う際、計算値が観測値に適合するようにモデル定数を推定する必要がある。このとき、なんらかの目的関数を用いて定数の最適化を行う必要がある。本報告では、目的関数として $KAI2$ (カイ2乗基準)と MSE (誤差二乗和平均)を取り上げ、目的関数による差異がピーク相対誤差とハイドログラフ相対誤差の評価指標にどのように影響を及ぼすかを比較検証する。モデル定数の最適化にあたっては、一階のニュートン法を用いる。このとき、一次導関数(感度係数)は感度方程式から解析的に求める¹⁾。

2. 目的関数 使用する目的関数は、観測流量と計算流量の誤差二乗和平均を最小にする基準である MSE (mean squares error)式(1)と統計学における適合度検定で用いられているカイ2乗基準式(2)とする。

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (q_{oi} - q_{ci})^2 \quad (1)$$

$$KAI2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ (q_{oi} - q_{ci}) / \sqrt{q_{oi}} \right\}^2 \quad (2)$$

ここに、 q_{oi} :観測流出高[mm/h]、 q_{ci} :計算流出高[mm/h]、 N :データ数

3. 評価方法 比較に用いる指標はピーク流量を評価する式(3)の J_{pe} 、ハイドログラフ全体を評価する式(4)の J_{re} である。 J_{pe} および J_{re} は小さい方が精度が高くなる指標である。 J_{pe} と J_{re} の評価指標は次式で定義される。

$$J_{pe} = (q_{op} - q_{cp}) / q_{op} \quad (3)$$

$$J_{re} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |q_{oi} - q_{ci}| / q_{oi} \quad (4)$$

ここに、 q_{op} :観測ピーク流出高[mm/h]、 q_{cp} :計算ピーク流出高[mm/h]

4. 解析対象流域 本報告では、流出特性が異なると考えられる4河川を解析例として取り上げることにする。解析対象洪水の特性及び複合流域モデルで計算に必要な河道特性を要約して、表-1に示す。

表-1 解析例における流域特性及び洪水特性

	留萌川	雨竜川	渚滑川	湧別川
観測所名	幌糠	多度志	上渚滑	開盛
対象洪水	S630826	S630825	H100916	H100916
流域数	8	7	9	14
河道数	4	4	5	7
合流点数	6	2	5	8
全地点数	27	24	31	48
流域面積(km ²)	168.5	998.8	1050.6	1334.8
ピーク流量(m ³ /s)	613.78	1432.75	1501.01	1291.38
比流量	3.64	1.43	1.43	0.97
平均雨量強度	6.26	3.69	2.79	2.55
流出率	0.733	0.574	0.834	0.752

5. 洪水流出モデルの概要

(1) 有効雨量を用いた貯留関数法

$$s = k_1 q^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt}(q^{p_2}), \quad \frac{ds}{dt} = r_e - q \quad (5)$$

ここに、 s :貯留高[mm]、 r_e :有効雨量[mm/h]、 q :直接流出高[mm/h]、 k_1, k_2 :貯留係数、 p_1, p_2 :貯留指数

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \alpha f_c, & k_2 &= \beta k_1^2, & f_c &= (n/\sqrt{i})^{0.6} \\ p_1 &= 0.6, & p_2 &= 0.4648 \\ \alpha &= 2.8235 A^{0.24}, & \beta &= 0.2835 (\bar{r}_e)^{-0.2648} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここに、 A :流域面積[km²]、 $\bar{r}_e$:平均有効雨量[mm/h]、 n :等価粗度、 i :斜面勾配

上式は複雑に見えるが、ファクター f_c の値が決まれば、すべての定数が一義的に求まり、流出計算が可能となる。最適化計算手法については、参考文献2)を参照されたい。なお、本手法で複合流域系の計算を行う場合、ファクター f_c を全分割流域で同一値をとるものとする。本手法を用いて、4洪水例で再現計算を行った結果を表-2にまとめて示す。

表-2 目的関数の違いによる差異比較

	目的関数	J_{re}				J_{pe}			
		留萌川	雨竜川	渚滑川	湧別川	留萌川	雨竜川	渚滑川	湧別川
単一流域	$KAI2$	0.304	0.135	0.136	0.099	-0.141	0.015	0.050	0.068
	MSE	0.305	0.128	0.124	0.099	-0.135	0.118	0.081	0.064
複合流域	$KAI2$	0.268	0.231	0.130	0.152	-0.101	0.076	0.092	0.007
	MSE	0.270	0.262	0.128	0.153	-0.109	0.105	0.071	-0.003

ハイドログラフ全体での適合度を各河川及び単一・複合流域で見ると目的関数による差異はみられない。ピーク流量に関する指標 J_{pe} では、雨竜川において目的関数による差異が大きい。図-1と図-2に示されるように、ピーク近傍において顕著な差異がみられる。

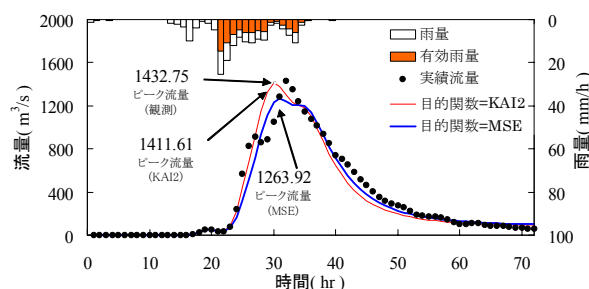


図-1 雨竜川昭和63年8月25日洪水・再現図(単一流域)

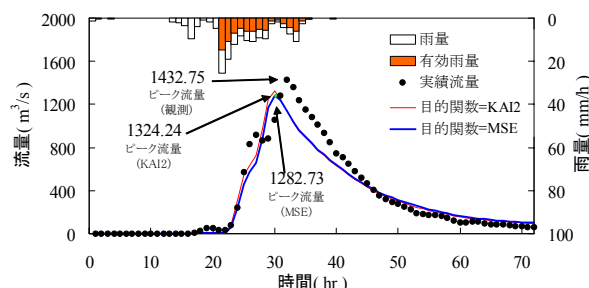


図-2 雨竜川昭和63年8月25日洪水・再現図(複合流域)

キーワード: 貯留関数法、最適化手法、ニュートン法、基本高水

連絡先: 〒062-0052 札幌市豊平区月寒東2条20丁目5-10

TEL: 011-857-7605 FAX: 011-857-7608

(2) 損失項を含む貯留関数法

次式に損失項を含む貯留関数法を示す。

$$\left. \begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= r - q - b + q_0, & s &= k_{11}q^{p_1} + k_{12}\frac{d}{dt}(q^{p_2}) \\ b &= (c_{13} - 1)q, & q_0 &= q_B \exp(-\lambda t) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここに、 s :貯留高[mm]、 r :観測雨量[mm/h]、 q :観測流出高[mm/h]、 b :損失高[mm/h]、 q_0 :地下水流出高[mm/h]、 q_B :初期流出高[mm/h]、 k_{11}, k_{12} :貯留係数、 p_1, p_2 :貯留指数、 λ :減衰係数

$$\left. \begin{aligned} k_{11} &= c_{11}A^{0.24}, & k_{12} &= c_{12}\bar{r}^{0.2648}, & \lambda &= 0.019 \\ p_1 &= 0.6, & p_2 &= 0.4648 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここに、 A :流域面積[km²]、 $\bar{r}$:平均雨量強度[mm/h]、 c_{11}, c_{12}, c_{13} :未知定数

減衰係数 λ はハイドログラフ低減部の標準減衰曲線から得られる流域固有の値である。本報告では、 $\lambda = 0.019$ に固定した。最適化計算手法については、参考文献1)を参照されたい。なお、本手法では複合流域系の計算を行う場合、未知定数 c_{11}, c_{12}, c_{13} は全分割流域で同一値をとるものとする。本提案手法を用いて、4洪水例で再現計算を行った結果を表-3に示す。目的関数による差異が現れた箇所を太文字で示す。

表-3 目的関数の違いによる差異比較

	目的関数	J_{re}				J_{pe}			
		留萌川	雨竜川	渚滑川	湧別川	留萌川	雨竜川	渚滑川	湧別川
単一流域	$KAI2$	0.427	0.432	0.179	0.160	0.047	0.186	0.158	0.195
	MSE	0.464	0.484	0.240	0.191	0.013	0.148	0.101	0.131
複合流域	$KAI2$	0.417	0.244	0.121	0.102	0.058	0.062	0.127	0.123
	MSE	0.456	0.266	0.156	0.118	0.027	0.048	0.080	0.087

ハイドログラフ全体での適合度を示す J_{re} では差異が見られず、ピーク流量の精度に関する指標 J_{pe} では、単一流域の4河川で MSE を用いた方が、適合度が高くなる。

(3) 地下水流出を含む貯留関数法

1段目タンクは次式の非線形貯留方程式で表現する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{ds_1}{dt} &= r - q_1 - f_1, & s_1 &= k_{11}q_1^{p_1} + k_{12}\frac{d}{dt}(q_1^{p_2}) \\ f_1 &= k_{13}q_1 = (c_{13} - 1)q_1 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに、 s_1 :1段目タンク貯留高[mm]、 r :観測雨量[mm/h]、 q_1 :表面・中間流出高[mm/h]、 f_1 :1段目タンクから2段目タンクへの浸透供給量[mm/h]、 k_{11}, k_{12} :貯留係数、 k_{13} :浸透係数、 p_1, p_2 :貯留指数

1段目の損失量は浸透供給量 f_1 として、すべて2段目タンクへの入力とし、 p_1 と p_2 については、式(8)の値とした。また、定数 k_{11} と k_{12} も式(8)の関係式で与えられる。

次に、2段目タンクの地下水流出成分を次式の線形貯留方程式で表現する。

$$\left. \begin{aligned} s_2 &= k_{21}q_2 + k_{22}\frac{d}{dt}(q_2), & \frac{ds_2}{dt} &= f_1 - q_2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここに、 s_2 :2段目タンク貯留高[mm]、 q_2 :地下水流出高[mm/h]、 k_{21}, k_{22} :貯留係数

1段目(表面・中間流出成分)の流出高 q_1 と2段目(地下

水流出成分)の流出高 q_2 を合計して全流出高 q とする。

$$q = q_1 + q_2 \quad (11)$$

最適化計算手法については参考文献3)を参照されたい。なお、本手法で複合流域の計算を行う場合も未知定数 c_{11}, c_{12}, c_{13} は全分割流域で同一値をとるものとする。本手法を用い、4洪水例で再現計算を行った結果を表-4にまとめて示す。目的関数による差異が現れた箇所を太文字で示す。

表-4 目的関数の違いによる差異比較

	目的関数	J_{re}				J_{pe}			
		留萌川	雨竜川	渚滑川	湧別川	留萌川	雨竜川	渚滑川	湧別川
単一流域	$KAI2$	0.660	0.468	0.168	0.142	-0.240	-0.142	0.072	0.124
	MSE	1.877	0.556	0.188	0.161	-0.039	0.129	0.060	0.089
複合流域	$KAI2$	0.661	0.360	0.105	0.104	-0.212	0.110	0.045	0.049
	MSE	1.889	0.425	0.118	0.112	-0.022	0.049	0.041	0.048

指標 J_{re} については、目的関数による顕著な差異は見られないが、留萌川・雨竜川で単一・複合流域ともに目的関数 $KAI2$ を用いると適合度が高い。また、ピーク流量の精度指標 J_{pe} に関しては、留萌川・雨竜川において目的関数 MSE を用いた方が、適合度が高くなる。

6. まとめ

本報告では、幌糠(留萌川)、多度志(雨竜川)、上渚滑(渚滑川)、開盛(湧別川)での洪水再現計算を行い、目的関数の差異による貯留関数法の精度比較を行った。以下に結論を要約して述べる。

- (1) 単一流域・複合流域モデルともに損失項を含む貯留関数法と地下水流出成分を含む貯留関数法で、目的関数に MSE を用いた方がピーク値の再現精度が高くなっている。
- (2) 有効雨量を用いた貯留関数法について、今回の4洪水例では単一流域・複合流域モデルともに、目的関数 $MSE \cdot KAI2$ の違いによる大きな差異は見られない。
- (3) 単一流域モデルと複合流域モデルの精度を比較すると、損失項を含む貯留関数法、地下水流出成分を含む貯留関数法ともに、複合流域モデルを用いた方が、ピーク流量の精度が高くなることが確認された。
- (4) どの流出モデルにおいても単一流域・複合流域モデルともに、目的関数 $KAI2$ で J_{re} が小さく、 MSE では J_{pe} が小さくなる傾向が確認された。
- (5) 基本高水の推定では、ピーク流量の適合度がより重要視される場合が多い。よって、目的関数に MSE を用いた方がピーク流量の再現性が高いと考えられる。

参考文献

- 1) (財)北海道河川防災研究センター：一般化貯留関数法による流域流出解析・河道洪水追跡実用計算法, 152p., 2001.5.
- 2) 北海道開発局土木試験所河川研究室：実用的な洪水流出計算法, 185p., 1987.3.
- 3) 星清・松木賢治：2段タンク型貯留関数法を用いた流域流出・河道追跡モデルの計算手法, (財)北海道河川防災研究センター，研究所紀要X V, pp.407-459, 2004.10.