

Subset Markov Chain Monte Carlo Simulation を用いた杭基礎の信頼性解析

鳥取県庁 大西教文 岐阜大学 工学部 本城勇介 岐阜大学 工学部 張 鋒  
 岐阜大学 工学部 Amaty Shailendra 東電設計（株）地盤・構造部 吉田那政

1. まえがき

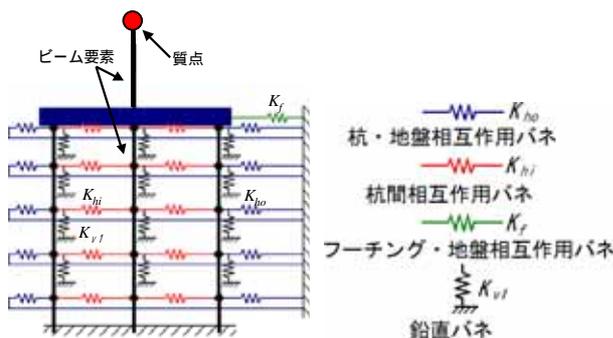
限界状態設計法の導入により，正確で効率的な信頼性解析法が求められている．そこで，本研究では従来の信頼性解析法である Monte Carlo Simulation（以下 MCS）の効率化を図る方法として subset 法を用いた Markov chain Monte Carlo Simulation（以下 MCMC）を用い，実際に設計された杭基礎の破壊確率の算出に，MCMC が有効に機能するか検討した．なお MCMC を用いた杭基礎の Push Over 解析は吉田ら<sup>1)</sup>の研究がある．

2. 杭基礎の破壊確率の算出

2.1 M-1 モデルを用いた杭基礎の Push Over 解析

本研究では，地盤の N 値と，杭の降伏モーメント My の不確実性を考慮する．そして実際に設計された杭基礎を M-1 モデルを用いて，慣性力の作用点である上部工質点より水平力を与える Push Over 解析を繰り返すことにより，杭基礎の抵抗値の不確実性を求めた．

M-1 モデルの概要を図-2.1<sup>2)</sup>に示す．本研究で扱う 9 本杭については，一列 3 本杭をまとめて 1 本の杭でモデル化（2 次元化）した．ここではフーチング部を剛体として取り扱い，橋脚・桁構造は等価な梁要素と質点に置換し表現した．地盤および地盤・構造物相互作用等を 4 種類の等価バネを用いて表現し，地盤バネは，鉄道構造物等設計標準<sup>3)</sup>に準拠して求める．また，杭の非線形特性はトリリニアモデルを扱う．



2.2 抵抗側の不確実性の設定

本研究では土層全体の N 値を標準貫入試験による諸所のばらつきを考慮するため変動係数 0.5 でばらつかせる．そして 移動平均の概念を取り入れ Vanmarcke<sup>4)</sup>が提唱した式（2.1）でそれぞれの土層の標準偏差を算出し，N 値の不確実性を求めた．a は自己相関距離（本研究では 0.5m），L は各々の土層圧を示す．

$$\sigma_N = \sigma_N \cdot \sqrt{\frac{2a}{L}} \tag{2.1}$$

次に，求めた N 値より地盤定数 c を算出する．内部摩擦角度  $\phi$  の算出は白戸らの提案式<sup>5)</sup>を用い，粘着力 c は道路橋示方書の式を用いて算出した．

また，杭のトリリニアモデルの降伏点 My の不確実性は，平均値 1.143，変動係数 0.056 に設定<sup>6)</sup>する．

以上の手順により，地盤バネに不確実性を持たすことができ，Push Over 解析を繰り返すと，杭基礎の抵抗値がばらつくことが分かる．また杭基礎が限界状態に至るときの抵抗値は，Push Over Curve より，エネルギー一定則を用いることで算出した．

2.3 抵抗値の不確実性の算出

解析対象とする杭の材料定数と，地盤定数を表-2.1に示す．杭基礎は一列 3 本の 9 本杭である．なお，モデルの設計水平震度は，レベル 1 で 0.25，レベル 2 タイプ で 0.85，タイプ で 1.75 である．Push Over 解析を 10000 回繰り返した結果を図-2.2 に示す．

表-2.1: 材料定数と地盤定数

杭径 (m)	1.2	杭長 (m)	15.0
EA (KN・m <sup>2</sup> )	28274339.9	EI (KN・m <sup>2</sup> )	2544690.1
上部工質点 (KN)	970.0	杭の降伏値 My (KN・m)	1771.1

地層	層圧 m	N値	c KN/m <sup>3</sup>	(度)	KN/m <sup>3</sup>
粘性土	2.5	5	29.4	0	16.7
砂質土	4	10	0	27	16.7
粘性土	3.5	5	29.4	0	16.7
砂質土	3.5	15	0	30	18.6
砂質土	1.4	50	0	40	18.6

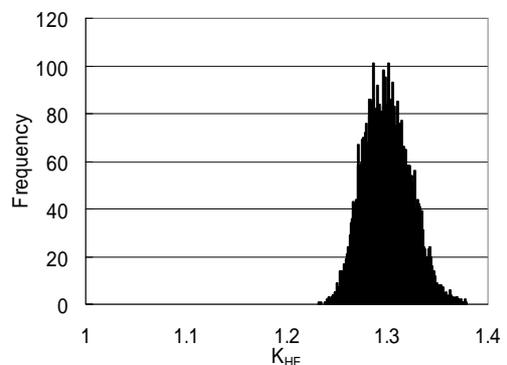


図-2.2 より算出した抵抗値の分布は平均が 1.299 で標準偏差が 0.023 であり，ほぼ正規分布の形をしている．よって 次節より抵抗値 R は正規分布として扱う．

## 2.4 MCSによる破壊確率の算出

2.3でもとめた抵抗値  $R$  が正規分布に従うとし、杭基礎の破壊確率を求める。限界状態関数は  $Z=R-S$  とし  $Z=0$  となるとき杭基礎が破壊に至る。また  $S$  は外力の確率変数であり、Honjo&Amatya が POIT (Peaks Over Threshold) 解析により求めた式 (7) を用い、分布に従う加速度を算出し、 $S_i = (S_i/a_T)$  より水平震度  $S_i$  に変換する。ここで、 $a_T$  は地震動の年再現期待値 ( $a_{50}=132\text{gal}$ ,  $a_{100}=169\text{gal}$ ,  $a_{500}=262\text{gal}$ )、 $S_i$  は設計水平震度である。

以上の条件より MCS により杭基礎の 100 年供用期間の破壊確率を求めた。このとき、十分な信頼性を得るために 10,000,000 個のサンプルより破壊確率を算出した。MCS による解析結果を表-2.2 に示す。

表-2.2: MCS による破壊確率 (1千万サンプル)

	レベル1		レベル2 タイプ	レベル2 タイプ
T年再現期待値	$a_{50}$	$a_{100}$	$a_{500}$	
100年の破壊確率 $P_f$	0.00066	0.00009	0.02402	0.46772

表-2.2よりレベル1地震動に対して100年の破壊確率は  $9.0 \times 10^{-5}$  と大変低い値であった。一般的に抵抗値  $R$  の分布が分かっていない事を考えると、MCS で同オーダーの値を求めるためには最低でも 1 万回の Push Over 解析を必要とすることが分かる。

## 3. SubsetMCMC による杭基礎の破壊確率の算出

### 3.1 Subset-MCMC による破壊確率算出方法

マルコフ連鎖を用いて Push Over 解析において算出される抵抗値  $R$  の値を移動させ、モデルの破壊確率を求める。以下に解析の流れを示す。

Push Over 解析を  $N_t$  回行う。

で算出された  $N_t$  個の  $R$  を小さい順から  $N_s$  個採択し以下の式で部分空間  $F_{k+1}$  を定義する。

$$F_{k+1} = \frac{R_{N_s} + R_{N_{s+1}}}{2} \quad (3.1)$$

マルコフ連鎖を用いて次の  $R$  を  $N_t$  個算出する。サンプルの採択率は以下の式で表す。

$$\alpha = \min \left\{ 1, \frac{\pi(x') \cdot I_D(x')}{\pi(x_i)} \right\} \quad (3.2)$$

$I_D(x') = \{ 1 : x' \leq F_k, 0 : \text{otherwise} \}$  であり、確率  $\alpha$  で  $x_{i+1} = x'$ 、確率  $1-\alpha$  で  $x_{i+1} = x_i$  となる。また、分布  $\pi(x)$  はそれぞれの地層(6層)の  $N$  値及び、杭の非線形特性の降伏点  $M_y$  の確率分布を含んでいる。本研究では7個の確率変数を扱う。

~ を  $k$  回繰り返し、その後外力  $S$  を考慮し、さらに Push Over 解析を  $N_{t2}$  回行う。最終的に求めるモデルの破壊確率  $P_f$  は以下の式で算出する。

$$P_f = \left( \frac{N_t}{N_s} \right)^k \cdot \frac{1}{N_{t2}} \sum_{i=1}^{N_{t2}} I[R(i) - S(i) \leq 0] \quad (3.3)$$

$$I(x) = \begin{cases} 1: R(i) - S(i) \leq 0 \\ 0: R(i) - S(i) > 0 \end{cases}$$

## 3.2 Subset-MCMC による解析結果

本解析では  $N_t=100$ ,  $N_s=10$  と設定し部分空間を絞り込み、Push Over 解析において算出される抵抗値  $R$  を移動させていった。サンプルの移動図を図-3.1 に示す。

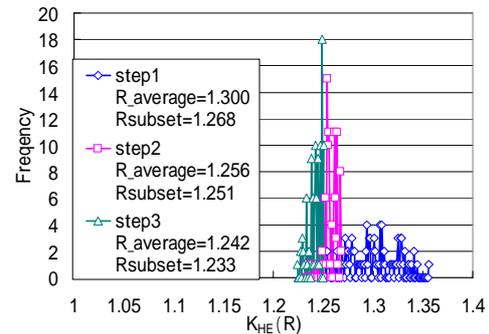


図-3.1: Push Over 解析より算出される  $R$  の推移図

図-3.1よりサンプルが限界状態面へ向かって移動していることが見て取れる。本解析においては  $k=2$  とし2回部分空間を絞り込み、最終的に  $N_{t2}=1000$  としてモデルの破壊確率を式 (3.3) より求めた。その結果、求めた破壊確率は、 $2.0 \times 10^{-5}$  となった。

## 4. 結論

- (1) 実際に設計された杭基礎の抵抗値の不確実性は2%程度で極めて小さいものであった。
- (2) MCS では1万回以上の Push Over 解析を必要とする所 MCMC を用いるとわずか1200回の Push Over 解析で理論値と同オーダーの破壊確率を算出できた。これは MCS に比べ約 1/10 の解析時間で破壊確率を算出できることを示している。

以上のことより、対象とするモデルの変数が多変数であり、かつ杭基礎のような低破壊確率の場合であっても、MCMC が有効に機能することが分かった。

### 【参考文献】

- 1) 吉田那政, 鈴木修一(2003): 限界地震動指標を用いた損傷確率の効率的な算定方法, 構造工学論文集 Vol.49A, 2003, 170141.
- 2) Ye, G.L., Miyaguchi, H., Huang, Y., Sawada, H., Zhang, F. & Yashima, A. (2004): Dynamic behavior of group-pile foundation evaluated by simplified model and sophisticated model. 13th WCEE, Canada.
- 3) JR 総研, (1977): 鉄道標準・基礎構造物/抗土圧構造物, pp.214-215, 丸善株式会社
- 4) Vanmarcke, E.H. (1977): J. of Geotech. Eng. (ASCE), Vol.103, No.GT11, pp.1227-1246
- 5) 福井次郎, 白戸真大 (2002): 土木研究所資料, 3軸圧縮試験による砂の内部摩擦角と標準貫入試験  $N$  値との関係, 付録 pp.47
- 6) 足立幸朗 (2002): 激振動下における免震橋梁構造の信頼性評価と限界状態設計法に関する研究, pp.90
- 7) Honjo, Y. & Amatya, S. (2001): On sensitivity of estimation of extreme value distributions based on historical seismic data. Proc. ICOSSAR'01, New Port Beach, USA (CD-ROM)