

構造システムにおける効率的な低損傷確率計算法

京都大学工学研究科	学生員	○長瀬 浩明
武蔵工業大学工学部	正会員	吉田 郁政
早稲田大学理工学術院	正会員	佐藤 忠信
電力中央研究所	正会員	大鳥 靖樹

1. はじめに

構造システムの合理的なモデル化に関する長年の研究と実務の経験に基づいて、各種の構造物の動的な挙動はかなりの精度で予測することができるようになってきている。しかし、確率変数を含んだ構造システムの効率的な信頼性評価技術の開発は現在も重要なテーマである。本研究は、効率良く損傷確率計算ができる MCS 手法である Subset 法¹⁾に、重要度サンプリング²⁾³⁾を取り入れる方法と、遺伝的アルゴリズム (GA) における交叉を取り入れる方法の二つの方法を提案し、具体的なモデル構造物を対象とし、その損傷確率を求める。

2. Subset 法

不確定変数の空間内の損傷領域を F とし、損傷確率を $P(F)$ と表す。ここで全体集合を F_0 、その部分集合を F_i と表し、 $F_m = F$ とする。

$$F_0 \supset F_1 \supset F_2 \supset \cdots \supset F_m = F \quad \text{..... (1)}$$

これらの部分集合を用いて損傷確率は次式で算定できる。

$$P(F) = P(F_m) = P(F_m|F_{m-1})P(F_{m-1}|F_{m-2}) \cdots P(F_1|F_0) \quad \text{..... (2)}$$

例えば、計算したい損傷確率を 10^{-4} とすると、 $P(F_i|F_{i-1})$ が 10^{-1} 程度になる 3 個の部分空間、 F_1, F_2, F_3 を設定することにより求められる。MCS 手法を用いることを考えると 10^{-4} レベルの確率計算を 1 回行うよりも 10^{-1} レベルの計算を 4 回行う方がはるかに計算労力は少なくて済むというのが Subset 法のアイデアである。

限界状態関数 $z = f(x)$ 、不確定変数ベクトル x の確率密度分布 $p(x)$ が与えられるとし、損傷状態を $z < 0$ と定義して、損傷確率 $P(z < 0)$ を計算する問題を考える。図-1 に Subset 法を用いた損傷確率計算の概念を示す。まず、一回目は通常 MCS と同様にサンプルを発生させ、その限界状態関数の値を求める。そして一回目の MCS 結果に基づき $z < C_1$ となる部分空間 (損傷空間よりも広い部分空間、 $C_1 > 0$) を定め、MCMC (マルコフチェインモンテカルロ)⁴⁾を用いてその部分空間内にサンプルを発生させる。これを繰り返し部分空間を徐々に小さくすることで損傷確率を計算する。

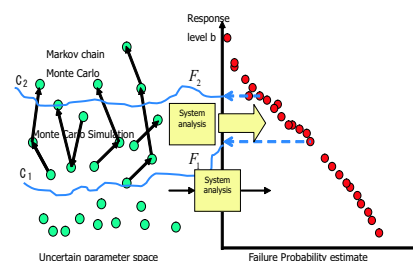


図-1 Subset 法の概念図¹⁾

3. Subset 法の改良

(1) 重要度サンプリングの導入

剛性等のように、小さい値を取る方が損傷に至り易いと考えられる変数に関しては、重要度サンプリングを導入してから Subset 法を行うことで効率化が可能である。つまり、実際の密度関数とは異なる密度関数に従って限界状態付近にサンプルを発生させ、両確率密度の比から各サンプルの重みを定めて確率を計算する。

(2) 交叉の考え方の導入

部分空間 F_i において n_t 個のサンプルを発生させるときに、まず母集団を限界状態関数の値が小さい方から n_s 個選びだしてその中から重複しないようにランダムに 10 組の親を選ぶ。そしてそれぞれの組から子供となるサンプルを次式によって n_t/n_s 個発生させ、解空間を絞り込んでいくことにする。

$$c_1 = p_1 + \alpha_1 \frac{p_1 - p_2}{2} \quad c_2 = p_2 + \alpha_2 \frac{p_1 - p_2}{2} \quad \text{..... (3)}$$

ここで、 p_1, p_2 は親を表しており、 c が次世代の個体、すなわち子供を表している。 α_1, α_2 は標準正規分布に従う独立な確率変数である。

キーワード MCS, Subset 法, 重要度サンプリング, 交叉

連絡先 〒 611-0011 京都府宇治市五ヶ庄 470 Tel 0774-38-4069 / Fax 0774-38-4070

4. 具体的なモデルによる損傷確率計算

対象モデルは図-2に示す5自由度のバイリニア型構造システムで、表-1と表-2に示す25個の不確定変数を含んでいる。 $k_i + r_i$ は初期剛性、 r_i は降伏後の剛性、 s_i は降伏時のせん断力、 c_i は減衰係数である。

表-1 構造物のパラメータの平均値

i	m_i [kg]	k_i [N/m]	r_i [N/m]	s_i/k_i [m]	ξ_i
1	20×10^3	24×10^6	2.4×10^6	8×10^{-3}	0.06
2	20×10^3	21×10^6	2.1×10^6	8×10^{-3}	0.06
3	20×10^3	18×10^6	1.8×10^6	8×10^{-3}	0.06
4	20×10^3	15×10^6	1.5×10^6	8×10^{-3}	0.06
5	20×10^3	12×10^6	1.2×10^6	8×10^{-3}	0.06

表-2 構造物のパラメータの標準偏差

i	m_i [kg]	k_i [N/m]	r_i [N/m]	s_i/k_i [m]	ξ_i
1	20×10^2	24×10^5	2.4×10^5	8×10^{-4}	0.01
2	20×10^2	21×10^5	2.1×10^5	8×10^{-4}	0.01
3	20×10^2	18×10^5	1.8×10^5	8×10^{-4}	0.01
4	20×10^2	15×10^5	1.5×10^5	8×10^{-4}	0.01
5	20×10^2	12×10^5	1.2×10^5	8×10^{-4}	0.01

各層の粘性減衰係数 c_i は、 $c_i = 2\xi_i \sqrt{m_i(k_i + r_i)}$ で定義し、入力地震動は、次式で与えられる $a(t)$ を用いる。

$$(t) = h(t) \sum_{j=1}^{200} \psi_j a^{(j)}(t)$$

ここで、 $h(t)$ は次の包絡関数とする。

$$h(t) = \begin{cases} t/2 & 0 \leq t \leq 2 \\ 1 & 2 \leq t \leq 10 \\ \exp((-0.1(t-10))) & t \geq 10 \end{cases}$$

また、 ψ_j はガウス分布に従う200個の独立な変数で、 $a^{(j)}(t)$ は

$$a^{2k+1}(t) = A_k \cos(\omega_k t) \quad a^{2k+2}(t) = B_k \sin(\omega_k t)$$

で与えられる。ここで $A_k = B_k = 0.1, \omega_k = 2\pi(1 + 0.1k) [\text{rad/s}]$ とする。以上のように、このモデルは225個の不確定変数を含んでいる。

まず、サンプル数10万の通常のMCSによって損傷度曲線を求め、それを真値とする。図-3、図-4はそれぞれ、サンプル数100, 1000のMCSを6回行うSubset法を、乱数の種を変えて10回行ったものである。ここで、破壊基準を0.25mとしたとき、損傷確率の真値は 2.44×10^{-4} であり、サンプル数100, 1000のSubset法による損傷確率の平均値は 1.31×10^{-4} , 2.55×10^{-4} 、変動係数は、 1.25×10^{-4} , 1.48×10^{-4} となった。

次に、このモデルでは最下層の剛性 k_1 が小さい方が損傷に至り易いと考えられるので、 k_1 について重要度サンプリングを導入したSubset法を用いる。サンプル数100で乱数の種を変えて10回計算を行ったものを図-5に示す。同じサンプル数の通常のSubset法と比較して、ばらつきが小さく、より低い損傷確率まで求められている。同様に、交叉

を導入したSubset法の結果を図-6に示す。真値との対応が良い場合もあったが、子供となるサンプルが特定の空間に閉じ込められる場合もあり、アルゴリズムの改良が必要である。破壊基準を0.25mとしたときの重要度サンプリングを導入したSubset法による損傷確率の平均値と変動係数は 1.77×10^{-4} , 1.49×10^{-4} 、交叉を導入したSubset法による損傷確率の平均値と変動係数は、 3.75×10^{-4} , 3.34×10^{-4} となった。

5. まとめ

本研究では、重要度サンプリングの考え方を導入したSubset法と交叉の考え方を導入したSubset法を提案した。また、本手法を具体的なモデルに適用して損傷確率を求め、その有用性を示した。

参考文献

- 1) Au, S.-K. and Beck, J. L.: Application of Subset Simulation to Seismic Risk Analysis, 15th ASCE Engineering Mechanics, 2002
- 2) 津田孝夫: モンテカルロ法とシミュレーション (三訂版), 培風館, 1995
- 3) 伏見正則: 確率的手法とシミュレーション, 岩波講座応用数学, 1994
- 4) Gilks, W. R., Richardson, S., Spiegelhalter, D. J.: Markov chain Monte Carlo in practice, Chapman & Hall, 1996

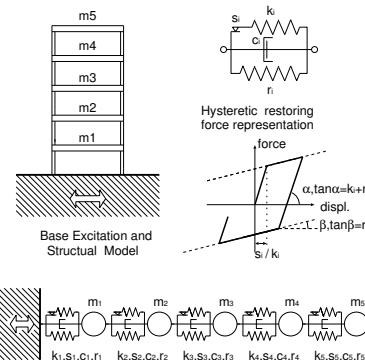


図-2 対象とするモデル

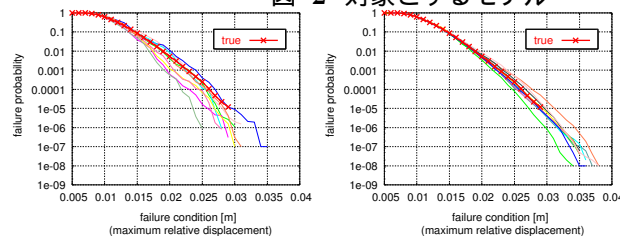


図-3 100 × 6 samples

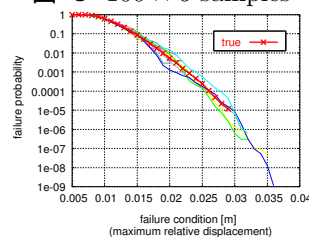


図-4 1000 × 6 samples

図-5 100 × 6 samples + 加重サンプリング

図-6 100 × 6 samples + 交叉