

## 地盤変形と慣性力を同時に受ける杭基礎の最適杭径に関する理論的評価

埼玉大学 工学部 正会員 齊藤 正人

## 1. はじめに

著者はこれまでに、地盤の強制変形を受ける杭の杭径に最適解は存在するののかというテーマを対象とした検討を進めてきた。ここで最適解とは、杭体に生じる曲げひずみを最小化、もしくは極小化させる杭径（最適杭径）を意味する。もし杭径に最適解が存在することになれば、杭径を最適杭径に可能な限り近づけて、杭本数を決定付けることが可能となる。あるいは耐震照査の段階において、杭の変形性能が要求性能を満足できない場合、鉛直支持などの安全性を確保しながら杭径を最適杭径に近づければ、杭の損傷を抑制することができる。このように、杭径の最適解を把握することは、杭基礎構造物の耐震設計において非常に重要な研究課題である。一般に、上部構造物からの慣性力に対しては、杭径を大きくし、杭断面の曲げ剛性を増加させて、杭の曲げひずみを抑制しようとするのが普通である。その一方で、著者による理論的考察 1) により、地盤変形のみを受ける杭体の曲げひずみは、標準的な杭径の範囲においては、杭径を減少させることで曲げひずみの抑制を可能とする結論に達している。このように、地盤変形と慣性力という2つの外力に対しては、杭径と曲げひずみの相反する関係が内在していると推察される。こうした相反する関係は、曲げひずみが最小化あるいは極小化される杭径の存在を示唆するものであり、どのような条件において最適杭径が存在するのか、そして杭径の違いにより、どの程度の低減効果が期待できる可能性があるかを評価することは極めて重要である。そこで本研究では、上記特性を把握するための基礎的研究として、地盤変形と上部構造物の慣性力を同時に考慮した3次元波動論に基づく一様地盤中の単杭の理論解（杭頭は回転拘束条件、杭先端はヒンジ条件と回転拘束条件の2条件を想定）を用いて、杭体の曲げひずみと杭径の関係を誘導し、その基本特性を把握した。

## 2. 弾性波動論に基づく正規化された杭頭曲げひずみと杭径の理論解

本節では、地盤変形と上部構造物からの慣性力を受ける弾性一様地盤中の単杭の曲げひずみに関する理論解の誘導結果を示す。理論解析モデルを図1に示す。本解析モデルは、剛なフーチングに拘束された群杭基礎における一杭を想定している。ただし、杭間に生じる動的相互作用は考慮しないものとする。理論誘導過程においては、以下の条件を仮定している。(a)表層地盤は弾性・均質であり剛な基盤層に支持されている。地盤材料の減衰特性は振動数に依存しない非粘性型 Voigt モデルとする。(b)入力はSH波の調和振動入力とする。(c)基礎とその周辺地盤は水平加振時も完全密着条件を満足する。(d)杭頭は回転拘束とする。杭先端はヒンジとする。表層地盤の一次卓越振動数が全体系の主たる振動モードとして応答するとき、杭頭曲げひずみ  $\tilde{\epsilon}_p$  を地表面の基盤層に対する相対変位をその層厚  $H$  で除したせん断ひずみ  $\gamma_s$ （平均せん断ひずみと呼称）で正規化すると、正規化された杭頭曲げひずみは次式で表すことができる。

$$\frac{\tilde{\epsilon}_p}{\gamma_s} = \frac{1}{\gamma_s} \frac{V}{E_p H^2} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\frac{32n^2}{\pi^3} \left(\frac{H}{a}\right)^3}{n^4 + \alpha_2'(\rho_p/\rho) + \alpha_2 \tilde{\xi}_n^2 \tilde{\Omega}_n} + \frac{\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{n\pi\alpha_2' \tilde{\Omega}_n}{n^4 + \alpha_2'(\rho_p/\rho) + \alpha_2 \tilde{\xi}_n^2 \tilde{\Omega}_n} \left(\frac{a}{H}\right) (-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \frac{1}{\tilde{\xi}_n^2} (-1)^{\frac{n-1}{2}}} \quad (1)$$

$$\tilde{\Omega}_n = \frac{K_1(x_a) + K_1(y_a) \frac{2K_1(x_a) + x_a K_0(x_a)}{2K_1(y_a) + y_a K_0(y_a)}}{x_a K_0(x_a) + K_1(x_a) - K_1(y_a) \frac{2K_1(x_a) + x_a K_0(x_a)}{2K_1(y_a) + y_a K_0(y_a)}} \quad x_a = \frac{\omega_g \tilde{\xi}_n a}{\sqrt{1 + i2h_g} V_p}, \quad y_a = \frac{\omega_g \tilde{\xi}_n a}{\sqrt{1 + i2h_g} V_s}$$

キーワード 杭基礎, 地盤変形, 慣性力, 曲げひずみ, 最適杭径

連絡先 〒338-8570 さいたま市桜区下大久保 255 埼玉大学工学部建設工学科 TEL048-858-3560

$$\tilde{\alpha}_2 = \chi \frac{1}{2(1+\nu)} \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \left(\frac{H}{a}\right)^2 \left(\frac{E_s}{E_p}\right), \quad \tilde{\xi}_n = \sqrt{n^2(1+2i h_g) - 1},$$

ここで、 $\chi = 1/(1-b^4/a^4)$ ：中空断面を有する杭の補正係数で  $b$  は中空断面の内半径、 $h_g$  と  $\nu$  は地盤の減衰定数とポアソン比、 $V_p$  と  $V_s$  は P 波速度と S 波速度である。また  $E_p$  と  $E_s$  は杭のヤング率と地盤のせん断弾性係数である。 $\omega_g$  は表層地盤の非減衰固有角振動数、 $K_m$  は第 2 種変形  $m$  次ベッセル関数である。また  $V$  は杭頭水平力である。

上部構造物からの慣性力に起因する右辺第 1 項の係数に着目する。

$$f_r = \frac{1}{\gamma_s} \frac{V}{E_p H^2} \quad (2)$$

この係数  $f_r$  は杭頭に作用する水平荷重  $V$  と地盤変形量の相対比率を表す値である。もし任意の杭径・杭長寸法や剛性を持つ杭基礎－地盤－構造物系について、この係数  $f_r$  が等しく、また基礎径長比  $a/H$  と杭の剛性比  $E_s/E_p$  が等しい場合、式(1)に示す正規化された曲げひずみは等しくなることが理解できる。また、この係数  $f_r$  は通常、複素数によって表される。なぜなら、杭頭に作用する水平荷重  $V$  と平均せん断ひずみ  $\gamma_s$  の間には、位相差が生じるためである。そこで、係数  $f_r$  をその振幅と位相を表す項に分離して、以下のように表すことにする。

$$f_r = F_r e^{i\phi_r} \quad (3)$$

$$\text{ここで } F_r = \left| \frac{1}{\gamma_s} \frac{V}{E_p H^2} \right|, \quad \phi_r = \arg\left(\frac{V}{\gamma_s}\right)$$

### 3. 正規化された杭頭曲げひずみと杭径の関係

荷重比係数  $F_r$  の違いが、曲げひずみと杭径の関係に及ぼす影響を図 2 に示す。図中には、式(1)の右辺各項（上部構造物の水平荷重  $V$  に起因する項：Inertial Interaction と地盤変形に起因する項：Kinematic Interaction）の絶対値を示す。本解析では、位相差  $\phi_r$  を 0、また地盤と杭の剛性比  $E_s/E_p$  は 1/1000 (0.001) を仮定している。図 2 によれば、水平荷重  $V$  に起因する曲げひずみが  $a/H$  の増加に対し減少傾向を示す。その一方で、地盤変形に起因する曲げひずみは一般的な杭諸元の範囲 ( $a/H \leq 0.1$  程度) で増加傾向を示す。これにより、双方の影響を受ける杭の曲げひずみはその交点近傍において極小点が生じることになる。この極小点における杭径は最適杭径の定義と一致することになる。図 2 (b) によれば、荷重比係数  $F_r$  が増加し、水平荷重  $V$  の地盤変形量に対する相対的な影響度が大きくなると、極小値は現れなくなることがわかる。現時点の研究により、この極小値の特性は荷重比係数  $F_r$  に加えて、位相差  $\phi_r$ 、剛性比  $E_s/E_p$  等に依存することが明らかとなっている。

参考文献：1) 齊藤正人：地盤変形を受ける杭基礎の杭径寸法が杭体の損傷に及ぼす影響について、土木学会論文集, No. 766/I-68, pp. 175-189, 2004.

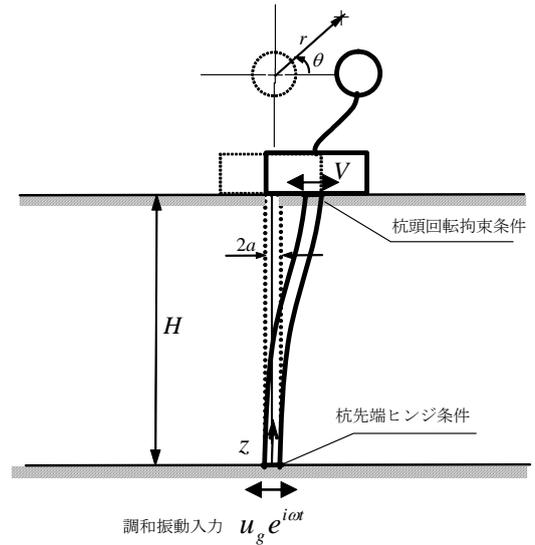
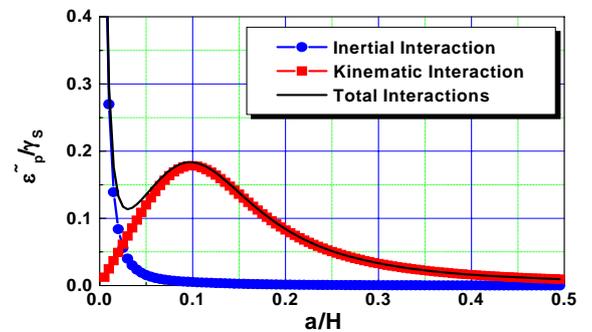
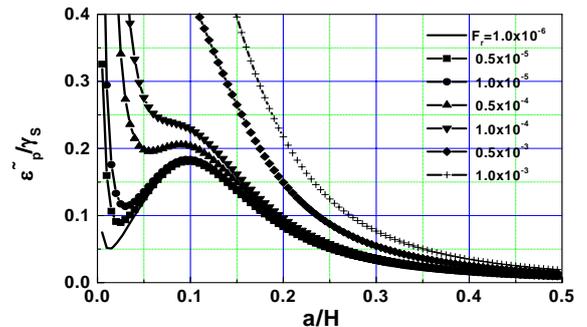


図 1 理論解析モデル



(a) 荷重比係数  $F_r = 1.0 \times 10^{-5}$



(b) 荷重比係数  $F_r$  による変化特性 (Total)

図 2 正規化された杭頭曲げひずみと基礎径長比  $a/H$  の関係