

二次元ボクセル有限要素法による 不整合要素を用いたコンクリートの引張破壊解析

琉球大学 学生会員 山城 建樹 日本原子力研究所 正会員 松原 仁
 琉球大学 正会員 伊良波 繁雄 琉球大学 正会員 富山 潤
 琉球大学 学生会員 神田 康行

1. 目的

本研究では、二次元ボクセル有限要素法によるコンクリートの引張破壊解析に、垂直方向バネとせん断方向バネを要素境界に設ける事により、不整合要素の取り扱いを可能とした一解析手法を示す。また、本手法の妥当性を検討する為、Cornelissen 等の行った無筋コンクリート棒の直接引張試験の数値解析を行い、本手法の妥当性を検討した。

2. ボクセル有限要素法

本手法で用いた二次元ボクセル有限要素法⁽¹⁾は、解析領域全体を包含する直方形を考え、これを四辺形要素（ピクセル要素）で分割する。また、要素形状が全て同一であるため、要素剛性マトリックスの作成が材料数分で良く、従来の有限要素法に比べ要素剛性マトリックス作成に要する時間を大幅に短縮でき、大規模解析等に有利な解析手法である。

3. 不整合メッシュ

本論文では、不整合要素境界上に存在する節点変位を要素の形状関数を用いて評価している⁽²⁾。具体的には、図-1に示すように要素境界上の*i*、*j*边上に存在する中間節点*m'*の変位(u'_m)は、*i*、*j*点の節点変位(u_i)、(u_j)を用いて式(1)のように表される。

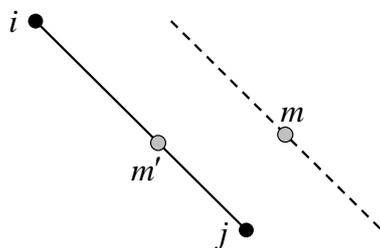


図-1 不整合メッシュ境界上の節点

$$u'_m = \begin{bmatrix} N_i^{m'} & N_j^{m'} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 $N_i^{m'}$ 、 $N_j^{m'}$ は*i*、*j*点の形状関数に*m'*点の座標値を代入した既知量である。次に、*m*点の変位を(u_m)とすると、不整合メッシュ境界面での変位の連続性を考慮すると式(2)が成立する。

$$\alpha \begin{bmatrix} -N_i^{m'} & -N_j^{m'} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_m \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (2)$$

ここで、 α はペナルティ数であり物理的には*m*節点が接合する*ij*辺間のバネ定数を意味している。

式(2)の両辺に $[-N_i^{m'} \ -N_j^{m'} \ 1]$ を乗じ、対称行列に変形すると式(3)となる。

$$\alpha \begin{bmatrix} N_i^{m'^2} & N_i^{m'} N_j^{m'} & -N_i^{m'} \\ N_i^{m'} N_j^{m'} & N_j^{m'^2} & -N_j^{m'} \\ -N_i^{m'} & -N_j^{m'} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

よって、解くべき剛性方程式が次式で表される。

$$(K + \alpha A)u = f \quad (4)$$

ここで、*K* は全体座標系での剛性マトリックスであり、以上のように式(3)を用いれば不整合メッシュに対する解析が可能となる。

4. 数値解析方法

本研究では、解析方法として不安定現象が生じた場合でも解析が可能である引張軟化を考慮した動的釣合式を用いた増分法を採用した⁽³⁾。また、破壊力学を考慮したコンクリートのひび割れモデルとして、図-2に示すひび割れ方向を任意に求めることのできるひび割れ帯モデルを用いた。さらに、コンクリートの引張破壊解析によく用いられる引張軟化曲線の二直線モデルとして、図-3に示す折れ曲り位置での応力が引張強度の1/4となる1/4モデルを用いている。

キーワード 不整合要素 二次元ボクセル コンクリート 引張破壊

連絡先 〒903-0129 沖縄県西原町字千原1番地 琉球大学工学部環境建設工学科 TEL098-895-8649

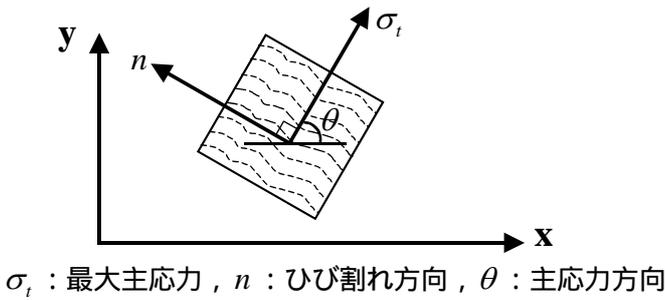


図-2 ひび割れ帯モデル

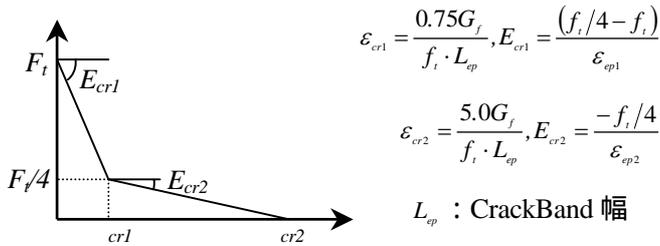


図-3 引張軟化モデル

5. 数値解析例

ここで、本解析手法に対しての不整合要素の適用性を確認する為、図-4 (a)に示す Cornelissen 等の行った両側切欠きを有する無筋コンクリート棒の直接引張試験の数値解析を行った。図-4 (b)に解析に用いた整合要素の要素分割図を、表-1 に材料特性と解析条件を示す。また、図-5 に不整合要素の要素分割図と、接合した各要素のメッシュサイズを表-2 に示す。なお、不整合要素を用いた場合の材料特性と解析条件は、表-1 と同様である。

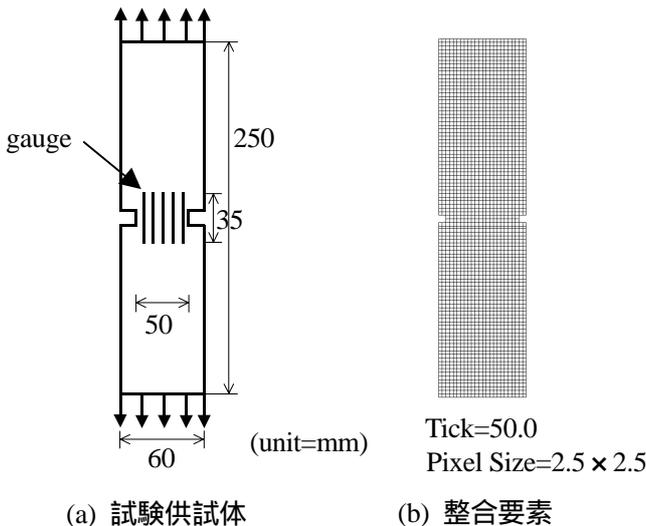


図-4 引張試験供試体と要素分割図

表-1 材料特性と解析条件

弾性係数(N/mm ²)	39270.0	重力加速度(mm/sec ²)	9806.65
ポアソン比	0.2	単位体積重量(t/m ³)	2.3
引張強度(N/mm ²)	3.2	時間増分(sec)	7.73 × 10 ⁻⁵
破壊エネルギー(N/mm)	0.10313	強制変位(mm)	4 × 10 ⁻⁴

表-2 接合要素サイズ

	分割範囲	Pixel Size
Type1	0 y 40.0	10.0 × 10.0
Type2	40.0 y 77.5	7.5 × 7.5
Type3	77.5 y 122.5	5.0 × 5.0
Type4	122.5 y 127.5	2.5 × 2.5
Type5	127.5 y 172.5	5.0 × 5.0
Type6	172.5 y 210.0	7.5 × 7.5
Type7	210.0 y 250.0	10.0 × 10.0

図-5 不整合要素分割図

ここで、解析結果より得られた切欠き線上の平均主応力とエクステンソメータの伸びとの関係を図-6 に示す。図-6 の解析結果より、整合要素と不整合要素共に、Cornelissen 等の実験範囲と比較的良好な一致を示しており、両モデル共に、ほぼ同値で引張軟化が発生、進行している。また、解析に要した時間は、整合要素で 245.610 秒、不整合要素で 33.328 秒となっており、不整合要素を用いた場合は約 1/7.4 倍の解析時間の短縮となっている。

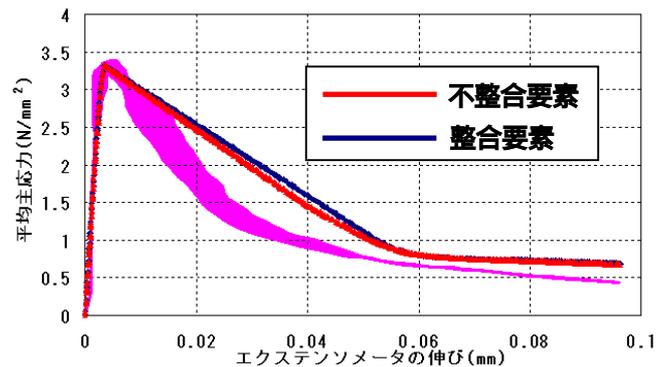


図-6 平均主応力 - エクステンソメータの伸び曲線

6. まとめ

本研究では、不整合要素を用いた二次元ボクセル有限要素法によるコンクリートの引張破壊解析を行い、Cornelissen 等の実験結果と比較検討した。その結果、本手法は、軟化挙動および解析時間共に、良好な結果を示しており、本手法への不整合要素の適用性を示した。参考文献

- 1) 鈴木克幸, ほか: 多重ボクセルを用いたソリッド構造の解析法, 日本計算工学会論文集, 2(2), pp.395-398, 1997
- 2) 松原仁, ほか: 要素寸法の異なる不整合メッシュに関する基礎的研究, 応用数理学会 2004 年度年会講演予稿集, pp.170-171, 2004.9.
- 3) 富山潤: コンクリートの引張破壊挙動に関する解析的研究, 琉球大学博士論文, 2000.3