

RBSM を用いた不整合な要素分割に対する処理方法

琉球大学 学生会員 ○神田 康行 日本原子力研究所 正会員 松原 仁
 琉球大学 正会員 伊良波 繁雄 琉球大学 正会員 富山 潤
 琉球大学 学生会員 山城 建樹

1. 目的

川井が開発した剛体-ばねモデル(RBSM:Rigid Bodies-Spring Model)は上界定理のモデルであるため、解析から得られる破壊荷重は、仮定する要素分割に依存するという性質がある^{1,2)}。したがって、RBSM では基本的にすべり線を含むような要素分割が重要である。

RBSM では一般的に要素同士で頂点の節点が一致する要素分割が行われる。故にすべり線を考慮した要素分割、いわゆる幾何学的境界を有する要素分割の場合、その境界を考慮した要素分割をするためには節点の除去やリメッシング等の高度な技術が必要である。また、コンクリートと鉄筋、構造物と地盤といった物理的な境界を有する場合も同様なことがいえる。したがって、このような境界において節点が一致しない要素分割、いわゆる不整合な要素分割によって計算可能であれば上述の問題は解決出来るものと考えられる。

本研究では、RBSM において不整合な要素分割に対する処理方法を提案する。数値解析例として、ポンチの押し込み問題^{1,3)}により提案法の妥当性を検討する。

2. RBSM を用いた不整合要素分割に対する処理

2. 1 二次元平面 RBSM 要素

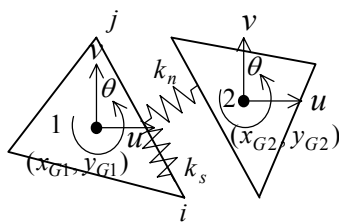


図-1 二次元平面 RBSM 要素

図-1 に二次元平面 RBSM 要素を示す。RBSM の剛体変位場は要素自身を剛体と仮定しているため次式のように表される。

$$\begin{Bmatrix} U \\ V \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(x-x_G) \\ 0 & 1 & (y-y_G) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 U 、 V は x 方向移動量、 y 方向移動量、 x 、 y は要素内の任意座標値、 x_G 、 y_G は要素の重心点座標値、 u 、 v 、 θ は剛体変位である。式(1)より 2 要素間の相対変位 $\{\delta\}$ は次のように表される。

$$\{\delta\} = [B]\{u\}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} -\ell_1 & -m_1 & \ell_1(y-y_{G1})-m_1(x-x_{G1}) \\ -\ell_2 & -m_2 & \ell_2(y-y_{G1})-m_2(x-x_{G1}) \\ \ell_1 & m_1 & -\ell_1(y-y_{G2})+m_1(x-x_{G2}) \\ \ell_2 & m_2 & -\ell_2(y-y_{G2})+m_2(x-x_{G2}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 ℓ_1 、 ℓ_2 、 m_1 、 m_2 は要素境界边上の方向余弦、 x 、 y は要素境界边上の任意座標値、 x_{G1} 、 y_{G1} は要素 1 の重心点座標値、 x_{G2} 、 y_{G2} は要素 2 の重心点座標値、 $\{u\}$ は重心点に関する剛体変位ベクトル、 $[B]$ は相対変位と要素変位関係を表すマトリックス、 $\{\delta\}$ は相対変位ベクトルである。

次に図-1 に示す通り要素境界边上の垂直ばねを k_n 、せん断ばねを k_s とし、表面力 $\{\sigma\}$ と相対変位 $\{\delta\}$ との間に以下の関係が成り立つと仮定する。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_n \\ \sigma_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_n & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\delta\}$$

ここで、 $[D]$ は相対変位と表面力関係を表すマトリックスである。式(2)と式(3)より、二次元平面 RBSM 要素の剛性マトリックス $[k]$ は次のように求められる。

$$[k] = \int_i^j [B]^T [D] [B] ds \quad (4)$$

2. 2 不整合面に対する処理方法

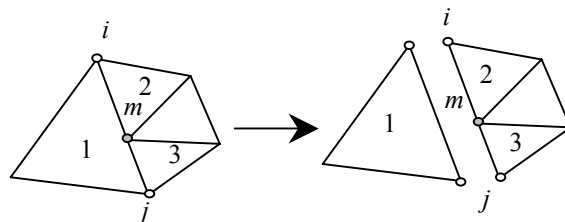


図-2 不整合面に対する処理方法

キーワード 剛体-ばねモデル、不整合要素分割、不連続体解析

連絡先 〒903-0129 沖縄県中頭郡西原町字千原 1 番地 琉球大学工学部環境建設工学科 TEL098-895-8663

RBSM は式(4)に示すように隣接要素の共有辺長を線積分より剛性マトリックスが得られる。したがって、図-2のような不整合面において、次式のように共有辺長を分割して線積分すれば、一般的な RBSM と同様に剛性マトリックスを求めることが出来る。

・ 1-2 剛性マトリックス

$$[k] = \int_m^i [B]^T [D] [B] ds \quad (5)$$

・ 1-3 剛性マトリックス

$$[k] = \int_j^m [B]^T [D] [B] ds$$

式(5)より、本提案法では不整合面上に存在する要素の分だけ剛性を評価すれば良い。

3. 数値解析例

ここでは、本提案法を図-3に示すポンチの押し込み問題によって検討する。解析は h/d の比が異なる2つのケース($h/d=1, 2$)について行い、解析結果の妥当性は図-4のようにすべり線を考慮し整合の取れた要素分割¹⁾とすべり線を不整合な要素分割により処理した要素分割の両者を比較検討することにより評価する。解析に用いた諸係数は、弾性係数 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ N/mm}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ 、せん断強さ $C = 30.0 \text{ N/mm}^2$ 、内部摩擦角 $\phi = 0^\circ$ である。

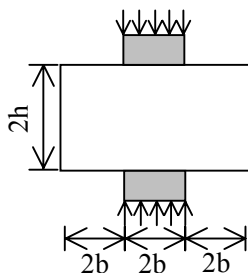


図-3 剛体ポンチの押し込み問題

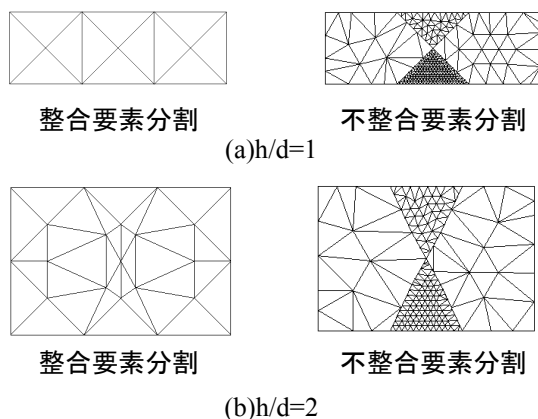


図-4 各ケースにおける要素分割

図-5に解析より得られた両ケースの荷重-変位曲線を示す。図-5より本提案法により得られた破壊荷重は整合モデル及び理論解とほぼ一致している。したがって、本提案法では一般的な RBSM と同様な剛性を評価しているのがわかる。

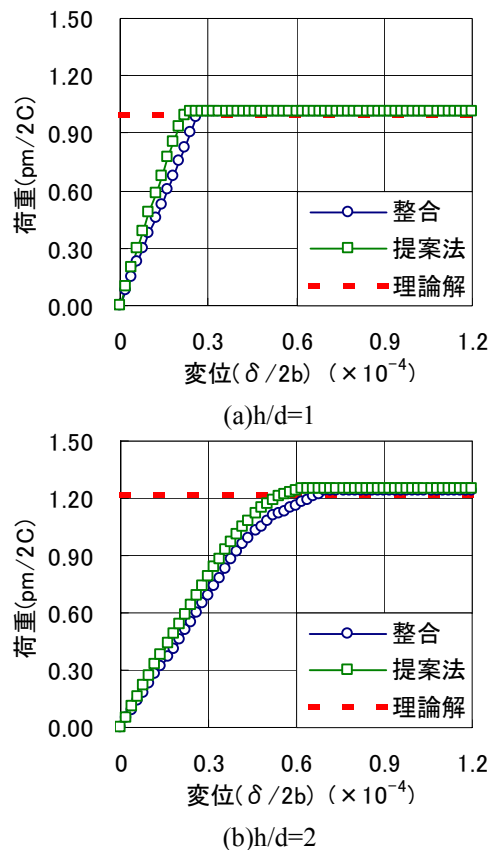


図-5 各ケースにおける荷重-変位曲線

4. まとめ

本研究では、すべり線や材料境界を不整合な要素により処理する RBSM を提案した。以下に本研究をまとめる。

- ・ 本提案法は、RBSM の要素分割の際に必要となるすべり線を容易に考慮できる。
- ・ 数値解析例より、本提案法を適用した RBSM の破壊荷重は理論解とほぼ一致した。

今後は、地盤と構造物、コンクリートと鉄筋といった複合材料に対し検討していく予定である。

参考文献

- 1) 川井忠彦, 竹内則雄共著：離散化極限プログラミング, 培風館, 1990.
- 2) 竹内則雄, 上田真稔, 鬼頭宏明, 樋口晴紀, 上林厚志：ボロノイ分割を用いた RBSM による無筋コンクリート梁の寸法効果解析, 構造工学論文集, Vol.40A, 1994.3.
- 3) 都井裕著：鋼構造の離散化極限解析, 培風館, 1990.