粒子法を用いた弾性応力解析及び弾塑性解析

沖縄総合事務局　正会員　崎原　康平　琉球大学　学生会員　○入部　綱清
琉球大学　正会員　伊良波　繁雄　琉球大学　正会員　富山　潤
琉球大学　学生会員　神田　康行

１．目的

近年，要素－節点コネクティビティ情報が必要ない，いわゆるメッシュレス法の研究が盛んに行われている．その一つに粒子法の一種であるSPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法がある．SPH法は評価点の物理量がLagrange的運動方程式により一般化座標系で表現されるため，節点ベースで解析でき，複雑な構造物のデータ作成や大変形解析を比較的容易に行えるという利点を有しており，今後その適用範囲の拡大が期待されている[1]．

しかし，従来のSPH法に挙げられる問題の一つに自由境界における近似精度の低下がある[2]．これは境界の厳密な表現を苦手とする手法上の問題ではあるが，一般構造解析では解析対象となる全ての物体には自由境界が存在し，この問題の解決なくしてより高精度な解析は困難であると考えられる．

そこで本研究ではその解決法として新たなSPH法の評価式を提案し，その妥当性を検証するため，弾性解析および弾塑性解析に適用し，その有用性を示した．

２．基礎理論

SPH法は次式に示すようなKernel近似式を用いる．

$$f(x_i) \approx \sum_{j=1}^{N} \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) W(x - x_j, h) \tag{1}$$

$$\nabla f(x_i) \approx -\sum_{j=1}^{N} \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) \nabla W(x - x_j, h) \tag{2}$$

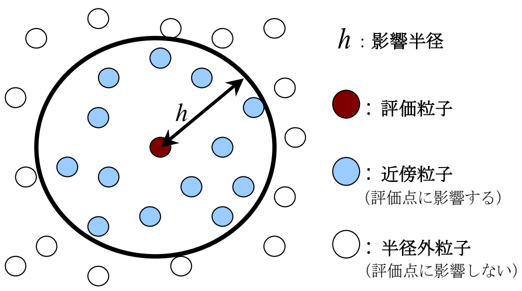

図１　SPH法の概念

ここで$f(x_j)$は任意の関数，$W(x-x',h)$は重み関数，hは影響半径，m_jとρ_jはそれぞれ質量，密度である．また，式(2)は式(1)の微分形である．

つまり，SPH法は連続体中に分散させた有限個の近傍粒子から影響半径内にある粒子の物理量を重み関数を用いて評価中心に内挿する手法である（図1）．

３．改良SPH法の評価式

前述したように，SPH法は影響半径内の近傍粒子の物理量を重み関数を用いて内挿する手法であるので，その半径内に数多くの粒子が存在していれば，評価点に対する精度は保証される．しかし評価点が境界上，もしくは境界付近である場合，影響半径内に存在する近傍粒子数が物体内部に比べて減少してしまい，その結果として評価点に内挿される物理量が低下するという問題がある（図2）．

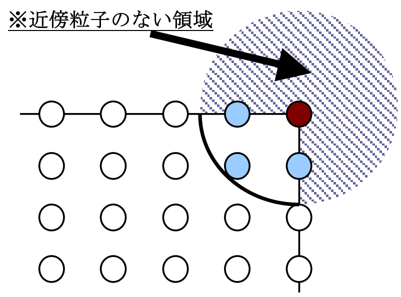

図２　自由境界における物理量の低下の原因

そこで本研究ではこの問題の解決方法として，次式に示すSPH法のKernel近似を改良する．

$$\Phi(x) = \frac{W(x-x',h)}{\sum W(x-x',h)} \tag{3}$$

ここで式(3)は重み関数を影響半径内の重み関数の和で割ることによって得られる新たなKernel近似式である．上式を用いることにより，影響半径内における粒子数の減少による境界の物理量の低下を防ぐことができる．この近似式を従来のSPH法に適用すると，式(4)，(5)を得る．

キーワード　SPH法，自由境界，Kernel近似，弾性応力解析，弾塑性解析
連絡先　〒903－0129　沖縄県中頭郡西原町字千原１番地　琉球大学工学部環境建設工学科　TEL098－895－8663

$$f(x_i)=\frac{\sum_{j=1}^{N}\frac{m_j}{\rho_j}f(x_j)W(x_i-x_j,h)}{\sum_{j=1}^{N}\frac{m_j}{\rho_j}W(x_i-x_j,h)} \tag{4}$$

$$\nabla f(x_i)=\frac{1}{\rho_i}\frac{\sum_{j=1}^{N}m_j\left(f(x_i)-f(x_j)\right)\nabla W(x_i-x_j,h)}{\sum_{j=1}^{N}\frac{m_j}{\rho_j}(x_i-x_j)\nabla W(x_i-x_j,h)} \tag{5}$$

4．数値解析例

4.1 弾性応力解析

ここでは，本研究で用いる評価式の妥当性を検討するため，図 3 に示すような円孔を有する正方形板の引張解析を行う．

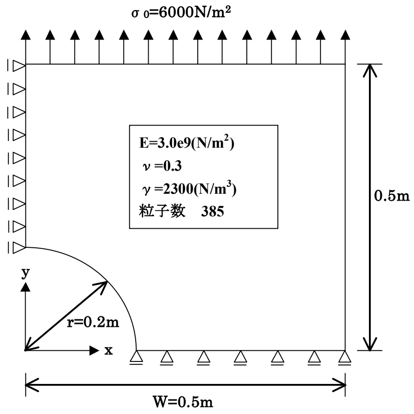

図 3　円孔を有する正方形板の 4 分の 1 モデル

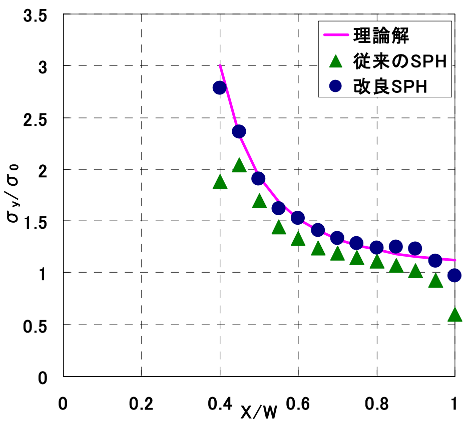

図 4　x 軸上での無次元化応力分布

図 4 に x 軸上での無次元化応力分布を示す．図 4 より改良 SPH 法の解は理論曲線上に分布しており，理論解に近い値を示しているが，従来の SPH 法では自由境界の応力低下が著しく，応力集中を表現できていないのが分かる．このように，応力集中問題のような境界でより正確な評価が要求されるような問題に対して，本研究で用いた改良 SPH 法の評価式は有効であると考えられる．

4.2 弾塑性解析への適用

ここでは，本研究で提案する評価式を弾塑性解析に適用する．解析モデルとして図 5 に示す V 形切欠きを有する試験片の 2 分の 1 モデルを用いる [3]．

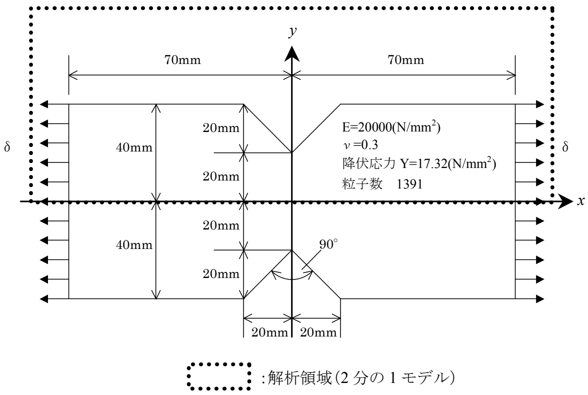

図 5　V 形切欠きを有する試験片

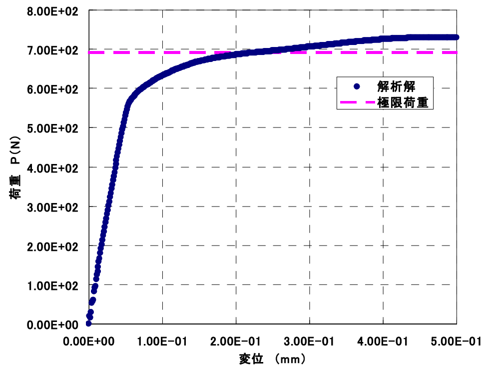

図 6　試験片引張解析の荷重－変位関係

図 6 に引張試験解析の荷重－変位関係を示す. 図 6 より理論極限荷重が 693.0N であるのに対し，本解析の極限荷重が 729.84N と約 5%程度高めではあるが比較的良好である．

5．結論

本研究では SPH 法の境界における近似精度の向上を図るため，新たな評価式を提案した．また，その評価式を用いて弾性応力解析および弾塑性解析を行った結果は比較的良好であった．今後の課題として座屈や倒壊などの大変形問題についても取り組んでいく予定である．

参考文献

1) 酒井譲ほか : SPH 理論に基づく粒子法による基礎的検討, 日本機械学会論文集 (A 編), Vol.67, pp.1093－1102, 2000
2) Fei Xu ほか : The Shepard Conection of Kernel Function in SPH Method, 計算工学講演論文集, Vol.9, pp.228－295, 2004
3) 鷲津久一郎共著 : 有限要素法ハンドブック II （応用編), 培風館, 1981