

ハイラーキ特異要素による2主桁橋の局所応力解析

函館工業高等専門学校 正員 ○渡辺 力
長岡技術科学大学 名誉教授 正員 林 正
川田テクノシステム株式会社 正員 齋藤道生

1. まえがき

有限要素法による橋梁構造物の全体解析が行われているが、低次要素を用いる要素細分割法（ h 法）では応力集中箇所の局所応力を高精度に求めることは困難である。このために、 h 法では部分構造に対するズームング手法を用いることが多い。

ハイラーキ有限要素法による薄肉構造物の局所応力解析において、特異要素を用いる手法¹⁾を提案している。さらに、1/4写像点を用いずに特異写像関数²⁾を用いる特異要素を開発している。この手法では、複数の特異点を有する多特異点要素を生成することが容易で、特異写像のための1/4写像点の座標値を入力する必要がない。また、曲線要素に適用できる。

本報告では、特異写像関数を用いた特異要素を2主桁橋の局所応力解析に用いて、特異点の配置方法や本解法の有効性を確認した結果について報告する。

2. 特異写像関数の補助関数表示

実構造の計算では、1つの特異節点に多くの要素が結合されるので、利便性を考慮して特異写像関数²⁾を次の補助関数表示に修正する。

(1) 特異多項式の補助関数表示

図-1の1次元要素において、節点0または節点1で微係数がゼロになる特異多項式を $\bar{f}_m$, $\hat{f}_m$, 両端でゼロとなる多項式を $\tilde{f}_m$ として、表-1に示す。



図-1 1次元要素

表-1の特異多項式を一般的に次のように表す。

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_m &= [1 + f_m^*] f_m \quad (m=0,1) \\ \bar{f}_m &= [f_m^*] f_m \quad (m \geq 2) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 f_m^* を補助関数と呼ぶ。 $\hat{f}_m$, $\tilde{f}_m$ も同様に表す。

(2) 特異写像関数

a) 節点項 ($m=0,1$)

節点の写像関数には、式(1)の $m=0,1$ の式を用いる。特異写像関数 $\hat{N}_{mnl}$ は、式(1)の多重積(2次元要素

表-1 ハイラーキ特異多項式

多項式	$m=0$	$m=1$	$m \geq 2$
特異 $\bar{f}_m$	$\bar{f}_0=[1+f_1]f_0$	$\bar{f}_1=[1-f_0]f_1$	$\bar{f}_m=[2f_1]f_m$
特異 f_m	$f_0=[1-f_1]f_0$	$f_1=[1+f_0]f_1$	$f_m=[2f_0]f_m$
特異 f_m	$f_0=[1-\xi f_1]f_0$	$f_1=[1+\xi f_0]f_1$	$f_m=[4f_0 f_1]f_m$
正則 f_m	$f_0=(1-\xi)/2$	$f_1=(1+\xi)/2$	$f_m=(1-\xi^2)\xi^{m-2}$

素では二重積、3次元要素では三重積)で与えられる。

$$\begin{aligned} \hat{N}_{mnl} &= [1 + f_m^*(\xi)][1 + f_n^*(\eta)][1 + f_l^*(\zeta)] N_{mnl} \\ &= [1 + f_m^* + f_n^* + f_l^* + (\text{内部モード})] N_{mnl} \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、正則な形状関数 $N_{mnl} = f_m f_n f_l$ である。式(2)では補助関数の多重積の項が生じるが、これらは内部モード(節面・体積モード)で、剛体変位の条件を満足しないので削除する。なお、2次元要素ではこの項を省略する。

b) 節線項 ($m \geq 2$)

式(1)の $m \geq 2$ の式は節線上の中間写像点に対するもので、特異写像関数 $\hat{N}_{mnl}$ は次式で与えられる。

$$\hat{N}_{mnl} = [f_k^*(\xi)] N_{mnl} \quad (3)$$

式(2), (3)をハイラーキ写像²⁾に用いて、特異要素が得られる。

3. 2主桁橋の局所応力解析

(1) 計算モデル

計算モデルは、図-2に示す全長20.6m、支間20mの2主桁橋で、幅員9m、主桁高2.5m、主桁間隔5m、コンクリート床版厚0.3mの完全合成桁とする。主桁には5m間隔に垂直補剛材を配置し、横桁を5本有する。なお、垂直補剛材は支点上では両側に、その他は片側のみに配置して、中間補剛材は下フランジから100mmの間隔をあけて取り付ける。横桁はガセットプレートにより主桁の腹板に結合する。また、荷重は自重を物体力として与え、等分布荷重 $q=10\text{kN/m}^2$ を幅員に満載する。材料定数と単位重量を以下に示す。

$$E_S = 200 \text{ GPa}, n = E_S/E_C = 7, \nu_S = 0.3, \nu_C = 0.167$$

$$\gamma_S = 77 \text{ kN/m}^3, \gamma_C = 24.5 \text{ kN/m}^3$$

床版はソリッド要素で、主桁と横桁は平面シェル要素でモデル化し、対称条件を考慮して1/4領域を計

Key Words: ハイラーキ要素, 特異要素, 特異写像関数, 局所応力

〒042-8501 函館市戸倉町14-1, TEL:0138-59-6488, FAX:0138-59-6488

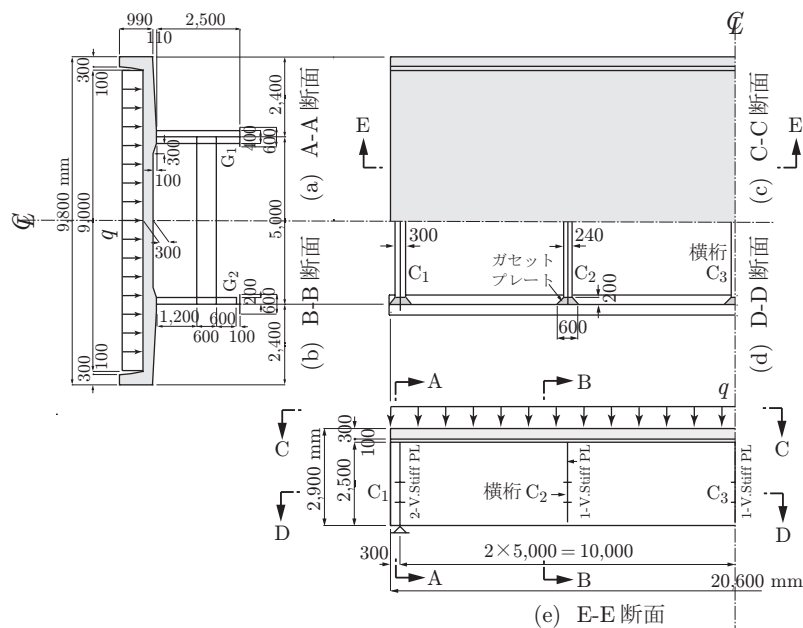


図-2 2主桁橋

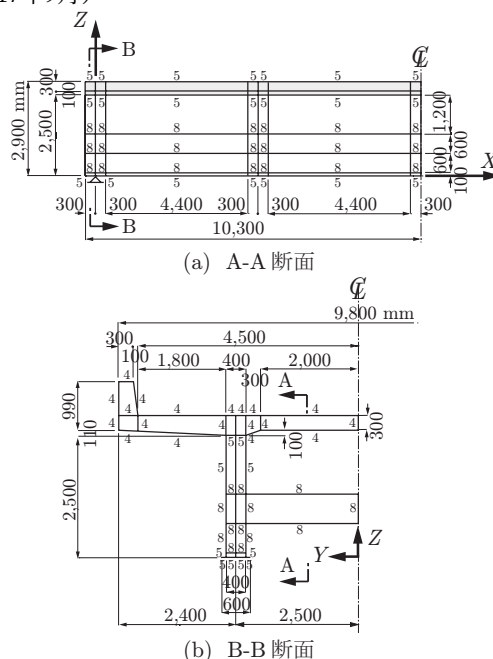


図-3 要素分割と多項式の次数

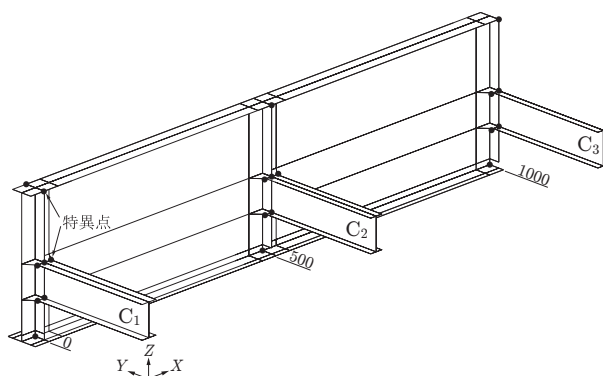
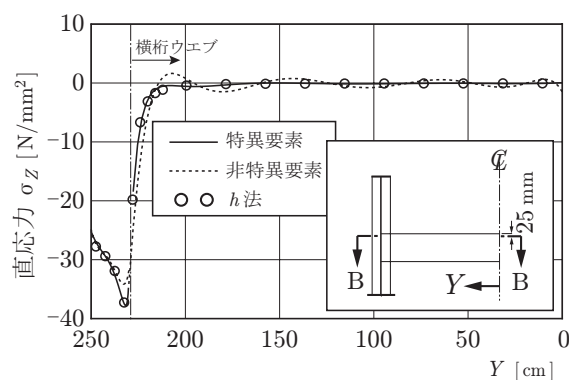


図-4 特異点の配置

図-5 横桁 C₁(ウェブ)の応力

算する．要素分割と要素の変位関数の次数を図-3に示す．ハイラーキ要素では部材の取り付け位置でのみ分割を行い，特異点は図-4のように配置する．これにより，節点数 266，要素数 156(内，特異要素 72)，総自由度数 42,102 となる．また，比較のための h 法³⁾は，20 節点ソリッド要素と 8 節点シェル要素により節点数 104,962，要素数 25,374，総自由度数 358,308 でモデル化し，要素図心点応力と比較する．

(2) 特異要素の効果

図-5 は横桁 C₁ のウェブ ($Z=1275\text{mm}$) おける直応力 σ_z を示したもので，垂直補剛材との結合位置で局所応力が生じている．図-4 の特異点を配置せずに計算した非特異要素(点線)では応力が振動しており，特異要素(実線)を用いることによって，これらの振動は収まっている．

図-6 に主桁ウェブの支点付近における最小主応力の分布を示す．支点付近で極めて大きな応力集中を生じている．

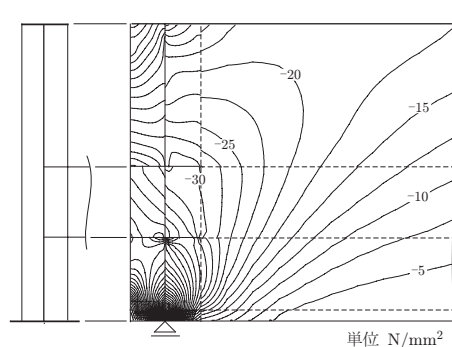


図-6 主桁ウェブの最小主応力

特異写像関数を用いた特異要素では 1/4 写像点の入力が不要であり，本計算例のような複雑な構造物の局所応力の計算に有効である．なお，実規模の計算例に適用した結果は当日発表する．

参考文献

- 1) 林 正, 渡辺 力, 齋藤道生: ハイラーキ要素による薄肉構造の局所応力解析, 土木学会論文集, No.654/I-52, pp.105-119, 2000.
- 2) 林 正, 渡辺 力, 齋藤道生: 応力集中問題に対する特異写像関数, 土木学会論文集, No.738/I-64, pp.113-123, 2003.
- 3) ADINA Theory and Modeling Guide: ADINA R & D Inc., 2003.