

確率システム同定法による構造物振動特性自動推定への適用

長崎大学大学院 学生員 大岩根健吾 長崎大学工学部 フェロー 岡林隆敏  
 長崎大学工学部 正会員 奥松俊博 福州大学土木建築工程学院 非会員 呉 慶雄

1. はじめに

構造物の健全度評価を振動特性(振動数・減衰定数・振動モード)から評価するためには、微細な振動数変化を検出できるシステムが必要である。本研究では、ERA法<sup>1)</sup>、およびERA/DC法<sup>1)</sup>を用いて対象とする構造同定モデルの振動特性推定を行い、その精度を数値シミュレーションより検証した。

2. シミュレーション概要

対象構造同定モデルは5質点系モデルとし、構造モデルを図-1に示す。このモデルの諸元を表-1に、1~5次までの固有振動数を表-2に示す。また、振動モードを図-2に示す。構造モデルの各節点に外力が作用する場合の運動方程式は次式のように表すことができる。

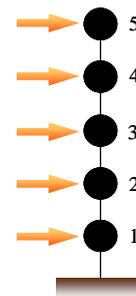


表-1 モデル諸元

質量(N)	10.29
減衰定数	0.02
弾性係数(N/cm <sup>2</sup> )	7×10 <sup>5</sup>

表-2 固有振動数

次数	固有振動数 (Hz)
1次	1.22
2次	3.56
3次	5.61
4次	7.21
5次	8.23

$$M\ddot{x}(t) + D\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t) \quad y(t) = Cx(t) \quad (1)$$

ここに、 $M, D, K$  はそれぞれ質量マトリクス、減衰マトリクス、剛性マトリクス、 $C$  は観測マトリクスである。また、 $f(t)$  は外力ベクトルである。本研究では節点番号1~5の水平方向に、互いに独立な白色雑音を与えた応答シミュレーションを行った。

3. 振動特性推定法

1) ERA 法(The Eigensystem Realization Algorithm)

構造同定手法として ERA 法、および ERA/DC 法を用いた。両手法における同定手法の流れを図-3に示す。ERA 法に関して、自己相関関数により算出した Hankel 行列は、マルコフパラメータ  $Y_k = CA^{k-1}B$  より

$$H(k-1) = \begin{bmatrix} Y_1 & \dots & Y_{\beta-1} \\ \vdots & & \vdots \\ Y_{\alpha-1} & \dots & Y_{\alpha+\beta-2} \end{bmatrix} = P_\alpha A^{k-1} Q_\beta \quad (2)$$

と表される。 $P_\alpha$  は可観測行列、 $Q_\beta$  は可制御行列である。(2)式において、 $k=1$ の場合の Hankel 行列を特異値分解すると、

$$H(0) = P_\alpha Q_\beta = USV^T = US^{1/2}S^{1/2}V^T \quad (3)$$

となる。 $k=2$ の場合、(2)式は、

$$H(1) = P_\alpha A Q_\beta \quad (4)$$

となり、(3)、(4)式より、第  $m$  点までの観測点を  $E_m^T$  とすると、

$$A = US^{-1/2}H(1)S^{-1/2}V^T = P_\alpha^{-1}H(1)Q_\beta^{-1} \quad C = E_m^T US^{1/2} \quad (5)$$

2) ERA/DC 法(The ERA with Data Correlations)

マルコフパラメータの自己相関関数を考える。

$$R_{hh}(k) = H(k)H^T(0) \quad (6)$$

図-1 5質点系モデル

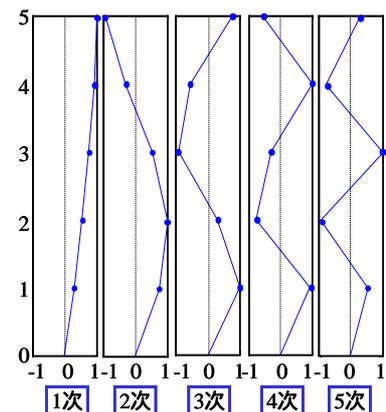


図-2 固有値解析による振動モード

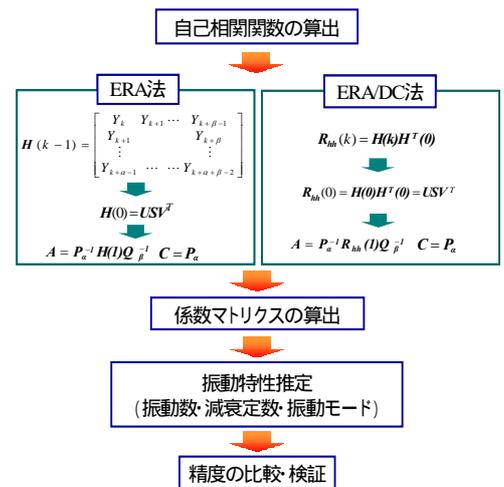


図-3 同定の流れ

キーワード：橋梁維持管理，健全度評価，構造同定，確率システム同定法

連絡先：長崎大学工学部(〒852-8521 長崎市文教町 1-14, Tel 095-819-2626, Fax 095-819-2617)

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{\beta} Y_{k+i} Y_i & \cdots & \sum_{i=1}^{\beta} Y_{k+i} Y_{\alpha+i-1}^T \\ \vdots & & \vdots \\ \sum_{i=1}^{\beta} Y_{k+\alpha+i-1} Y_i^T & \cdots & \sum_{i=1}^{\beta} Y_{k+\alpha+i-1} Y_{\alpha+i-1}^T \end{bmatrix} = P_{\alpha} A^k Q_c \quad (7)$$

(7)式において  $k = 0, k = 1$  の場合,

$$R_{hh}(0) = H(0)H^T(0) = P_{\alpha} Q_c \quad (8)$$

$$R_{hh}(1) = H(1)H^T(0) = P_{\alpha} A Q_c$$

となる。ERA 法と同様に、 $R_{hh}(0)$  の特異値分解を考えると、

$$R_{hh}(0) = P_{\alpha} Q_c = USV^T = US^{1/2} S^{1/2} V^T \quad (9)$$

(8), (9)式より、第  $m$  点までの観測点を  $E_m^T$  とすると、

$$A = US^{-1/2} R_{hh}(1) S^{-1/2} V^T = P_{\alpha}^{-1} R_{hh}(1) Q_c^{-1} \quad C = E_m^T US^{1/2} \quad (10)$$

(5), (10)式より、 $A$  の固有値から固有値の実数部分  $X_{Re}$  と虚数部分  $X_{Im}$  が求められる。  $X_{Re}, X_{Im}$  を用いて、 $\Delta$  をサンプリング時間とすると、次のように固有円振動数  $\omega_k$ 、減衰定数  $h_k$  が得られる。

$$h_k \omega_k = (-1/\Delta) \ln \sqrt{X_{Re}^2 + X_{Im}^2}, \omega_k \sqrt{1 - h_k^2} = (1/\Delta) \tan^{-1}(X_{Im} / X_{Re}) \quad (11)$$

4. 振動特性結果

ERA 法、および ERA/DC 法に基づいて、30 秒間の速度応答データを 1 回区分として合計 100 回発生させて、振動数、減衰定数、振動モードの推定を行った。また、ERA 法、ERA/DC 法ともに、全点観測による推定を行った ERA 法による合計 100 回の振動数推定軌跡、減衰定数推定軌跡をそれぞれ図 - 4、図 - 5 に示す。これらの結果より、各次数における振動数と減衰定数が良好に推定できていることが確認できる。

図 - 6 は ERA 法により推定された振動モードである。推定された振動モードの平均値をプロットすると、振動モードが得られる。図 - 2 と比較すると、良好な振動モードの推定が実現できていることが確認できる。

次に、両手法における振動特性推定結果を表 - 3 に示す。この表より、振動数、減衰定数ともに、ほぼ同じ精度で推定できていることが分かる。振動数に着目してみると、両手法とも、全次数において変動係数が 1% 前後と精度良く推定できている。減衰定数に着目してみると、1 次の平均値、変動係数が、他の次数に比べて若干高めめの推定となっている。ERA/DC 法では、(6)式の値が時間と共に急激に減衰するために、少ないデータで構造同定が可能であると考えられる。

5. まとめ

ERA 法、および ERA/DC 法を用いて、5 質点系モデルの振動特性推定を行い、その精度検証を行った。両手法の振動特性推定精度は、振動数、減衰定数ともにほぼ同精度であることが確認できた。また、実現化手法による構造同定では、振動モードが比較的簡易に推定できることが確認できた。今後は、実橋における計測を行うことで、本手法の有効性を実測において検証したい。

[参考文献]1) Jer-Nan Juang : Applied System Identification, Prentice Hall, 1993. 11

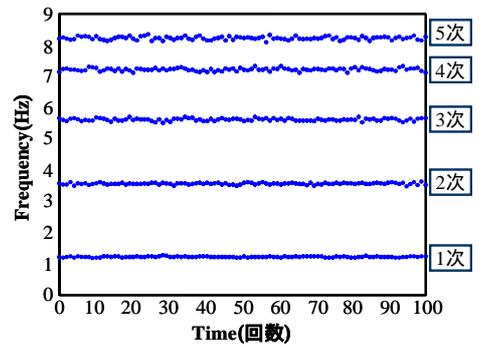


図 - 4 ERA 法による振動数推定

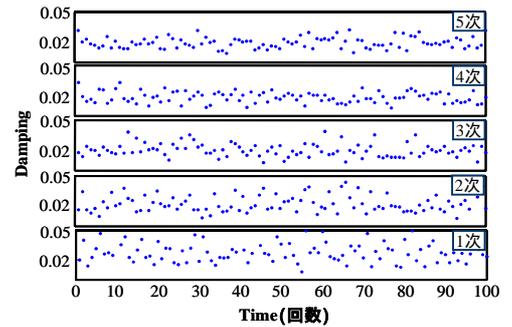


図 - 5 ERA 法による減衰定数推定

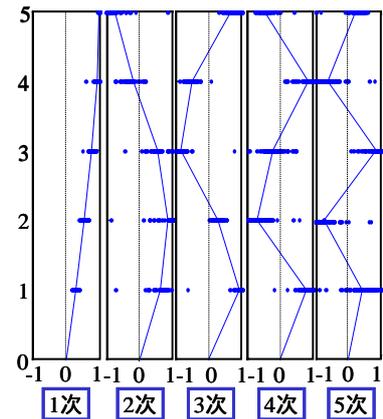


図 - 6 ERA 法による振動モード

表 - 3 振動特性推定結果

5質点系モデル		固有振動数(Hz)			減衰定数		
		平均値(Hz)	標準偏差(Hz)	変動係数(%)	平均値	標準偏差	変動係数
1次	ERA法	1.220	0.01450	1.188	0.02808	0.01069	38.08
	ERA/DC法	1.220	0.01449	1.188	0.02810	0.01064	37.87
2次	ERA法	3.563	0.02887	0.8104	0.02250	0.008063	35.85
	ERA/DC法	3.563	0.02859	0.8024	0.02250	0.008018	35.64
3次	ERA法	5.613	0.04112	0.7326	0.02037	0.006510	31.96
	ERA/DC法	5.614	0.04052	0.7219	0.02038	0.006522	31.99
4次	ERA法	7.214	0.04637	0.6428	0.01838	0.005501	29.92
	ERA/DC法	7.213	0.04594	0.6369	0.01837	0.005504	29.96
5次	ERA法	8.221	0.05014	0.6099	0.01965	0.005476	27.86
	ERA/DC法	8.220	0.05044	0.6136	0.01977	0.005516	27.89