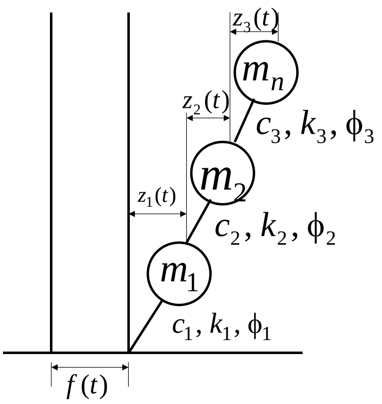
動的システムの損傷同定に関する基礎的検討

武蔵工業大学　正会員　丸山　収

1. はじめに

本研究は地震時における構造系の絶対加速度応答波形を観測データとして，入力波形と復元力特性を同定する手法について検討したものである．ここでは，構造系の質量，減衰係数および剛性が既知であるという条件のもとで，同定のための非線形履歴特性モデルを必要としない同定手法を示している．計算例では，数値シミュレーションにより作成した既知の履歴特性を有する系の応答を観測データとして，提案する手法を検討している．

２．解析対象モデル



図－1.　解析対象モデル

解析対象とする3自由度非線形系の振動方程式は次式で与えられる．

$$m_i\left(\sum_{j=1}^{i}\ddot{z}_j(t)+\ddot{f}(t)\right)+q_i-q_{i+1}=0 \quad i=1,2,3 \tag{1}$$

ここで，$q_i = c_i z_i + k_i \phi_i$ である．

本研究では，観測データを数値シミュレーションにより作成する際に，履歴特性として強度および剛性の劣化を伴う Bouc and Wen モデルを用いる．

$$\dot{\phi}_i=\frac{A_i\dot{z}_i(t)-\nu_i(\beta_i\,|\,\dot{z}_i(t)\,|\,\phi_i+\gamma_i\dot{z}_i(t)\,|\,\phi_i\,|)}{\eta_i} \tag{2}$$

ここで $A_i(\dot{\varepsilon}_i)=1.0-\delta_{Ai}\varepsilon_i(t)$，$\eta_i(\dot{\varepsilon}_i)=1.0-\delta_{\eta i}\varepsilon_i(t)$ および $\nu_i(\dot{\varepsilon}_i)=1.0-\delta_{\nu i}\varepsilon_i(t)$，さらに $\dot{\varepsilon}(t)=k_i\phi_i\dot{z}_i(t)$ である．以上に示した，式(1)および式(2)をもとにして応答計算を行い，観測データを作成する．

3. 同定問題の定式化 [1)]

同定問題への定式化を行うために，式(1)および式(2)をもとに，$x_1=z_1$，$x_2=z_2$，$x_3=z_3$，$x_4=\dot{z}_1$，$x_5=\dot{z}_2$，$x_6=\dot{z}_3$，$x_7=\phi_1$，$x_8=\phi_2$，$x_9=\phi_3$，$x_{10}=\ddot{f}(t)$

として状態空間表示を行うことにより，次式に示す線形状態方程式を得る．

$$\dot{\boldsymbol{X}}(t)=\boldsymbol{AX}(t)+\boldsymbol{Gd}(t) \tag{3}$$

行列 $\boldsymbol{A}$ の成分を以下に示す．

$$A=\begin{bmatrix}
0&0&0&1&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&1&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\
0&0&0&-\frac{c_1}{m_1}&\frac{c_2}{m_1}&0&\frac{k_1}{m_1}&\frac{k_2}{m_1}&0&-1\\
0&0&0&\frac{c_1}{m_1}&-[\frac{c_2}{m_1}+\frac{c_2}{m_2}]&\frac{c_3}{m_2}&\frac{k_1}{m_1}&-[\frac{k_2}{m_1}+\frac{k_2}{m_2}]&\frac{k_3}{m_2}&0\\
0&0&0&0&\frac{c_2}{m_2}&-[\frac{c_3}{m_2}+\frac{c_3}{m_3}]&0&\frac{k_2}{m_2}&-[\frac{k_3}{m_2}+\frac{k_3}{m_3}]&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0
\end{bmatrix}$$

式(3)において，行列 $\boldsymbol{G}$ は大きさ (10×4) であり，(7,1), (8,2), (9,3)および(10,4)成分のみが1であり，他はすべて0である．また，$\boldsymbol{d}^T(t)=[d_1(t), d_2(t), d_3(t)\ d_4(t)]$ であり，それぞれ $d_1(t)=\phi_1$，$d_2(t)=\phi_2$，$d_3(t)=\phi_3$ および $d_4(t)=\ddot{f}(t)$ に対応している．

一方観測方程式は，例えばすべての質点において絶対加速度応答が観測されると次式で与えられる．

$$\begin{bmatrix}y_1\\y_2\\y_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}
0&0&0&-\frac{c_1}{m_1}&-\frac{c_2}{m_1}&0&-\frac{k_1}{m_1}&-\frac{k_2}{m_1}&0&0\\
0&0&0&0&-\frac{c_2}{m_2}&\frac{c_3}{m_2}&0&-\frac{k_2}{m_2}&\frac{k_3}{m_2}&0\\
0&0&0&0&0&-\frac{c_3}{m_3}&0&0&\frac{k_3}{m_3}&0
\end{bmatrix}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{V} \tag{4}$$

キーワード　損傷同定，２点境界値問題，履歴特性同定

連絡先　〒158-8557　東京都世田谷区玉堤１－２８－１　武蔵工業大学都市基盤工学科　ＴＥＬ03-3703-3111

ここで，$\boldsymbol{V}$ はガウス性観測ノイズであり，$E(V)=0, E(VV^T)=\boldsymbol{R}$ である．

以上の状態方程式および観測方程式をもとにして本研究では，以下の評価関数を最小とするような状態量の推定値を求めることを行う[1]．

$$J=\int_{t0}^{t_f}[Y(t)-CX(t)]^T R^{-1}[Y(t)-CX(t)]dt + \int_{t0}^{t_f} d(t)^T W d(t)dt \tag{5}$$

式(5)の最小化を行うことにより，以下の式を得る．

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{X}}(t)&=\boldsymbol{AX}(t)+\boldsymbol{Gd}(t)\\ \boldsymbol{d}(t)&=\frac{1}{2}\boldsymbol{W}^{-1}\boldsymbol{G}^T\lambda(t)\\ \dot{\lambda}(t)&=-A^T\lambda(t)-2C^T\boldsymbol{R}^{-1}[\boldsymbol{Y}(t)-\boldsymbol{CX}(t)]\end{aligned} \tag{6}$$

ただし，$\boldsymbol{X}(0)=X_0, \lambda(t_f)=0$ であり，$\boldsymbol{X}(t_f)$ および $\lambda(0)$ は未定である．

以上より，式(5)の最小化は，式(6)に示す2点境界値問題を解くことに帰着した．本研究における定式化では，非線形履歴特性に関するモデルを必要としていない．境界値問題の解法には，単純に条件を満たすものを探索するShooting法を用いた．

４．数値計算例

構造系のパラメータは，全ての質点において質量 m：$3.189(N\cdot\sec^2/cm)$，減衰係数 c：$5.77(N\cdot\sec/cm)$，剛性 K：$1044.0(N/cm)$，Bouc and Wen型モデルの復元力特性のパラメータ：$\beta=0.3$，$\gamma=0.3$ および $\delta_{Ai}=\delta_{\eta i}=\delta_{\nu i}=0.02$ として，時間刻み 0.01(sec)で継続時間10(sec)の応答計算を行った．図-1から図-3 に観測データとした絶対加速度応答波形を示した．本研究では，式(4)に示した観測方程式を用いて，各質点における絶対加速度応答が観測されるものとして計算を行った．図-4 から図-5 は，復元力特性の推定結果であり，図-7 に入力波形の推定結果を，それぞれ真値と比較して示している．図-7 から入力波形の推定精度が良くないために図-5 に示した質点1の復元力特性も正確に推定されていない．ただし，各質点において観測データが得られているので，質点2および質点3に関しては，相対応答が計算できるために精度の良い推定結果となっており，真値と推定値は，一致していることがわかる．

参考文献：1).L.Ge and T.T. Soong: Damage Identification Through Regularization Theory, EM Div., ASCE, Vol.124, No.1, pp.103-108, 1996.

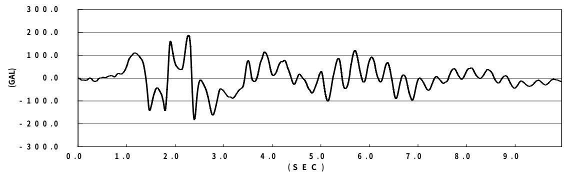


図-1　質点１の絶対加速度波形

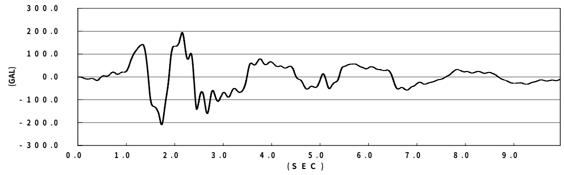


図-2　質点２の絶対加速度波形

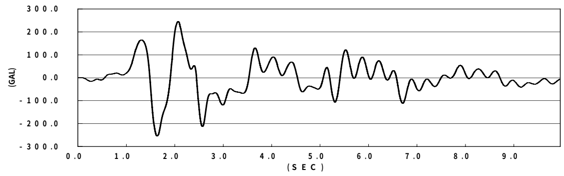


図-3　質点３の絶対加速度波形

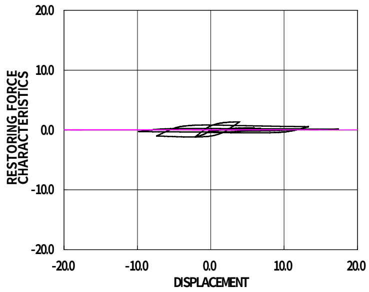


図-４　復元力特性の推定結果（質点１）

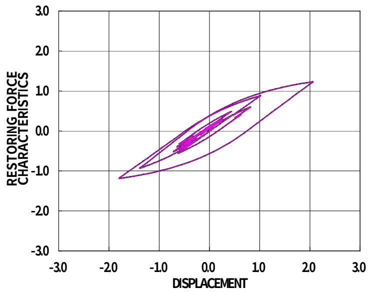


図-5　復元力特性の推定結果（質点2）

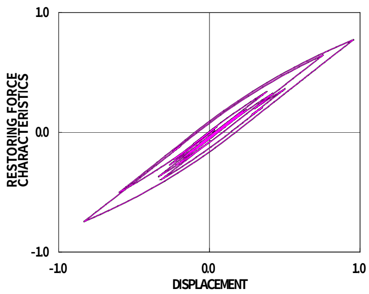


図-6　復元力特性の推定結果（質点3）

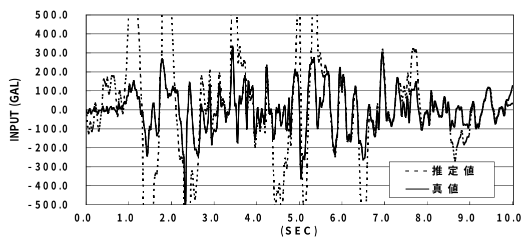


図-７　入力波形の推定結果