

不明な入力に対する系の振動数応答関数の評価

日本大学 正会員 ○仲村 成貴

日本大学 正会員 鈴村 順一

日本大学 正会員 花田 和史

1. はじめに

地震観測や常時微動観測では対象系への入力を特定することが困難である．そのため，観測点のうちのある1点での信号を入力，その他の点を出力（応答）と仮定して振動数応答関数が評価され，対象系の応答特性が検討される．特に，地震観測や常時微動観測では入出力双方に雑音が混入しているとみなされることから，振動数応答関数の評価法としてRocklin法¹⁾がよく用いられる．Rocklin法は1入力1出力（SISO）系を対象としており，固有値問題を利用しても解釈可能なことが示されている²⁾．本稿は，提案している1入力多出力系を対象とした拡張Rocklinモデル³⁾の適用性を数値解析データを用いて検討したものである．なお，混入する雑音には観測点間の相関がないことを仮定している．

2. 拡張 Rocklin 法

図1に示すように，不明な入力に対する応答が多点で観測される系を対象とする． y_1 に対する応答 y_ℓ の振動数応答関数を h_ℓ とすると，振動数応答関数 h_j と h_k の間には次の関係が成立する．

$$h_j y_k - h_k y_j = 0 \quad (j=1,2,3,\dots,L) \quad (j \neq k) \quad (1)$$

N 回の観測値を適用すれば次式が得られる．

$$\begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \mathbf{w}_k & 0 & \cdots & 0 & -\mathbf{w}_j & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \mathbf{h} = \mathbf{v}_{jk} \quad (2)$$

ここに，

$$\mathbf{h} = \{1 \quad h_2 \quad \cdots \quad h_j \quad \cdots \quad h_k \quad \cdots \quad h_L\}^T, \quad \mathbf{v}_{jk} = -\mathbf{v}_k h_j + \mathbf{v}_j h_k$$

である．右肩の T は転置操作を示す．全ての誤差の絶対値を総和して評価関数とし，最小二乗法を適用すれば共分散行列 $\mathbf{A}$ は次のように表される．

$$\mathbf{A} = \text{diag}[\text{trace}(\mathbf{W}^* \mathbf{W})] - (\mathbf{W}^* \mathbf{W})^* \quad (3)$$

ここに， $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1 \quad \mathbf{w}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{w}_L] \in C(N \times L)$ であり，右肩の $*$ は共役転置操作を示す．観測回数 N が大きくなれば共分散行列 $\mathbf{A}$ の非対角項はその誤差が打ち消しあう方向に働き，対角項に一定の誤差が集積する．式(3)の共分散行列 $\mathbf{A}$ は次の構成をとっているものとみなすことができる．

$$\mathbf{A} = \mathbf{W}^* \mathbf{W} = \mathbf{Y}^* \mathbf{Y} + \mathbf{V}^* \mathbf{V} \quad (4)$$

ここに， $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1 \quad \mathbf{y}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{y}_L]$ ， $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{v}_L]$ であり， $N \times N$ のエルミート行列である．共分散行列 $\mathbf{A}$ の対角成分に含まれる雑音の二乗和が対角成分に比例すると仮定すれば，固有値問題に帰着できる．固有値解析により得られる固有ベクトルが振動数応答関数に相当する．

3. 数値データへの適用

1) 振動数応答関数の評価

表1に記す特性をもった5質点系モデル（図2）の下部に白色波および地震波（Elcentro NS波，Taft NS波）を入力して応答解析を行った．次いで，平均値0，標準偏差0.1の正規分布を持つ乱数とスペクトル振幅を乗じて雑音を表現し，同一振動数において最も

表1 数値モデルの諸元

モデルⅠ		モデルⅡ	
固有振動数 (Hz)	モード減衰定数	固有振動数 (Hz)	モード減衰定数
2.96	0.020	2.96	0.020
8.36	0.007	8.36	0.010
13.23	0.004	13.23	0.020
16.97	0.003	16.97	0.010
18.36	0.003	18.36	0.020

キーワード 振動数応答関数，インパルス応答，固有値解析，1入力多出力系，モード特性

連絡先 〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8 日本大学理工学部土木工学科 TEL/FAX 03-3259-0689

振幅が小さい応答値には雑音を多く、大きい応答値には雑音を少なく含ませるように設定した。この雑音の設定は固有値解析には不利な条件である。図3に白色入力波、図4に観測波、図5に雑音の一例を示す。計測回数を100回として評価された振動数応答関数を図6に示す。SISO系（Rocklin法）による振幅は特に低次で真値よりも低く評価されるのに対し、SIMO系（拡張Rocklin法：提案手法）では真値に近い値が評価されている。両手法による位相の評価値には大きな差異を確認できない。

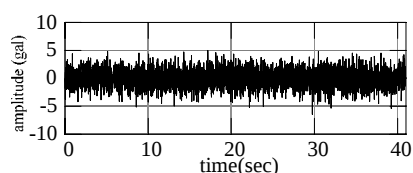


図3 入力波の一例

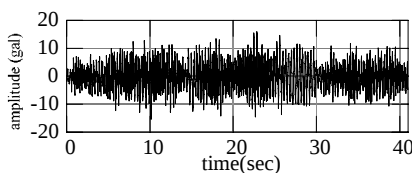


図4 応答波の一例

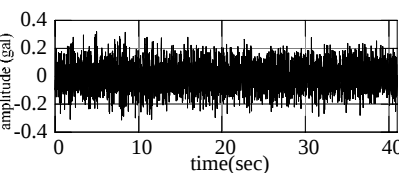


図5 雑音の一例

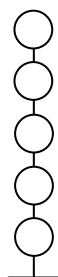


図2 5質点系モデル

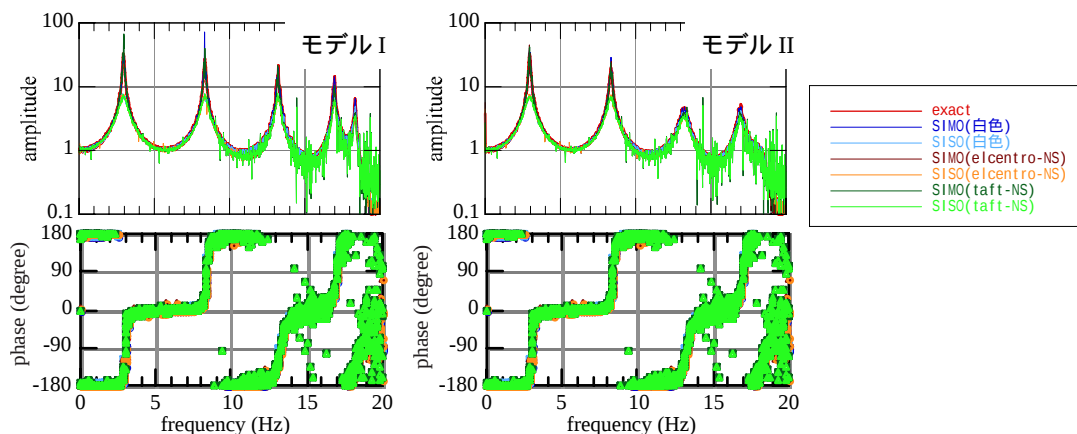


図6 振動数応答関数

2) モード特性の同定

常時微動観測データ処理に多用される相互相関法と比較するために、評価された振動数応答関数をインパルス応答に変換し、ERA法によりモード特性の同定結果を検討した（図7）。入力が白色波である場合は、固有振動数およびモード減衰定数はインパルス応答の推定法によらず真値に近い値が同定されたが、地震波入力の時では、提案中の本手法による同定値がモード次数によらず最も真値に近い。

4. おわりに

数値データにより提案手法の適用性が検証された。今後は実測データへの適用性を検討する。

謝辞

本研究の一部は、平成16年度文部科学省学術フロンティア推進事業（日本大学理工学部：継続）「環境・防災都市に関する研究」（研究代表者：石丸辰治）の一環として実施したものである。

参考文献

- 1) Rocklin G., Crowely J., Vold H.: A comparison of H_1 , H_2 and H_v frequency response functions, *Proc. of 3rd International Modal Analysis Conference*
- 2) 仲村成貴, 鈴村順一, 花田和史: 計測誤差が含まれる系の振動数応答関数, 日本地震工学会, pp.448-449, 2005
- 3) 花田和史: 地盤 - 構造物系の動特性と動剛性の同定法, 電力中央研究所総合報告, UO5, 1988
- 4) C.R. Farrar, et al.: SYSTEM IDENTIFICATION FROM AMBIENT VIBRATION MEASUREMENTS ON A BRIDGE, *Journal of Sound and Vibration*, 205(1), pp.1-18, 1997

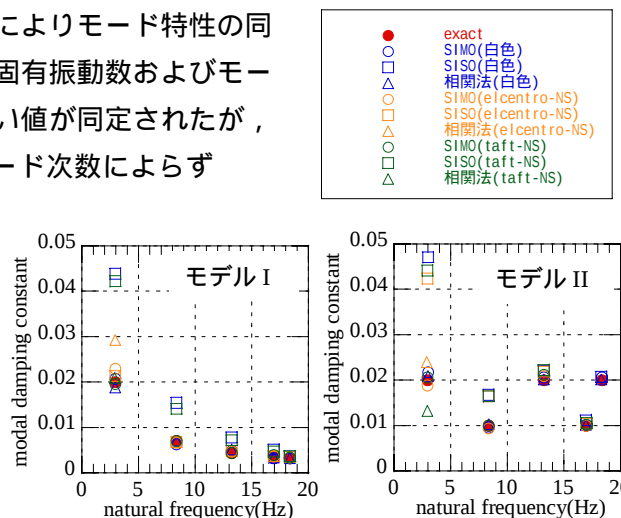


図7 固有振動数とモード減衰定数