# アングルプライ積層板の自由振動特性について

長崎大学	大学院	学生会員	金山 綾子	長崎大学	工学部	正会員	森田 千尋
長崎大学	工学部	正会員	松田 浩	長崎大学	工学部	正会員	崎山 毅

#### 1 研究目的

繊維強化プラスチック (FRP) とは,繊維と樹脂を 用いプラスチックを補強したものである.FRP は耐 候性・耐熱性・耐薬品性に優れ,軽量かつ高強度であ り,デザインの自由度が利くという点から,鉄やコン クリートにかわる一次土木材としても注目されてい る.しかし構造物の大型化に伴い,柔軟さゆえに励振 され易く減衰特性が悪いという弱点も合わせもつ.

積層板はこの FRP を積層状にしたものである.積 層板にすることにより内部の形状諸元の設計が可能と なり,積層数・積層順序などの組合せにより幅広い性 能が得られる.

本研究では炭素繊維強化プラスチック (CFRP) の自 由振動特性を,配向角をパラメータとし,解析および 実験により明らかにすることを目的としている.

**2** 解析方法<sup>1)</sup>

本研究では自由振動問題をグリーン関数を用いて固 有値解析を行なう.積層板の曲げに関する運動方程式 は,次式のようになる.

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

(1) 式において,積層板に単位集中荷重が作用した 場合の積層板全体のたわみを基本解(グリーン関数)と し,その時のせん断力を $\overline{Q}_x, \overline{Q}_y$ とすると,その基本 解に対する基礎微分方程式は次式のようになる.

$$\frac{\partial \overline{Q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \overline{Q}_y}{\partial y} = -P\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)$$
(2)

次に (2) 式を縦横方向に *m*, *n* 等分し, その等分割線 の交点の集合とみなし,領域 (*i*, *j*) において面積分を 行うと積分方程式を得る.これを離散表示すると,断 面力及び変形の主要点における値 *X<sub>pij</sub>* に関する連立 方程式が得られる.

$$X_{pij} = \sum_{d=0}^{10} \left(\sum_{f=0}^{i} a_{pijfd} X_{rf0} + \sum_{g=0}^{j} b_{pijgd} X_{s0g}\right) + q_{pij} \quad (3)$$

(3) 式に境界条件を代入することにより,基本解 w を算出する.

次に(1)式の強度荷重として単位体積当たりの慣性 力をとれば,積層板の自由振動に関する運動方程式が 導かれ次式のようになる.

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -\rho h \omega^2 w \tag{4}$$

(4) 式に基本解であるたわみ 亚を乗じ全領域におい て面積分を行い, さらに境界条件により既知量を与え ることで導かれる境界積分方程式に無次元量を導入 し,近似解法を応用する.積層板を縦横に m,n等分 し,それぞれに番号をつけ,積分方程式に等間隔の数 値積分を適用すると次式が求まる.

$$\overline{w}(\eta_0,\zeta_0) = \mu\lambda^4 \sum_{\eta=0}^m \sum_{\zeta=0}^n \beta_{m\eta} \beta_{n\zeta} \overline{h}(\eta,\zeta) \widetilde{w}(\eta,\zeta) G(\eta_0,\zeta_0,\eta,\zeta) \quad (5)$$

 $\beta_{m\eta}, \beta_{n\zeta}$ :数値積分による重み係数

(5) 式をマトリクス表示し,固有値はその行列式を0にする $1/\lambda^4$ を求めることにより求まる.

#### 3 実験方法

実験は防振台上において試験片の固定部を軟鋼性の ボルトで固定し,後方からスピーカーによって音圧を 与えて加振する.試験片に貼付した圧電素子出力の極 大点の加振周波数を測定し,試験片の共振周波数とす る.

共振時の振動モードは、レーザーホログラフィー<sup>2)</sup> (He-Ne レーザー)を用いた時間平均法によって測定す る.図1に実験装置の様子を示す.



図1:実験装置

キーワード 積層板,自由振動特性,レーザーホログラフィー,離散的近似解法 連絡先 〒 852-8521 長崎市文教町 1-14 長崎大学工学部構造工学科 TEL 095-819-2591

## 1-475

## 3.1 試験片

今回の実験で用いた試験片は,長さ (a = b)90mm, 厚さ1.0mmのCFRP対称アングルプライ積層板  $\cdot [+30^{\circ}/-30^{\circ}/-30^{\circ}/+30^{\circ}]$   $\cdot [+45^{\circ}/-45^{\circ}/-45^{\circ}/+45^{\circ}]$   $\cdot [+60^{\circ}/-60^{\circ}/-60^{\circ}/+60^{\circ}]$ CFRP 逆対称アングルプライ積層板  $\cdot [+30^{\circ}/-30^{\circ}/+30^{\circ}/-30^{\circ}]$   $\cdot [+45^{\circ}/-45^{\circ}/+45^{\circ}/-45^{\circ}]$  $\cdot [+60^{\circ}/-60^{\circ}/+60^{\circ}/-60^{\circ}]$ 

の計6種類で,諸量は表1の通りである.

表1:試験片諸量

	$E_L$	$E_T$	$G_{LT}$	$\nu_{LT}$	$\rho$ (1-N/m <sup>3</sup> )	
CEDD	(GI a)	(GI a)	(GI a)	0.0		
CFRP	149	9.2	4.8	0.3	16	

### 4 解析結果および実験結果

CFRP 対称・逆対称アングルプライ積層板を対象と して実験を行ない,本解析と比較した.対称[+45°/-45°/-45°/+45°],逆対称[+45°/-45°/+45°/-45°] の場合の振動数を表2,3に,振動モードを図2,3 にそれぞれ示す.

表2:対称アングルプライ45°における振動数(Hz)

分割数	1次	2次	3次	4次	5次	6次
8	88.4	299.3	540.2	807.2	1084	1720
10	88.3	297.9	530.4	791.5	1057	1656
収束値 8-10	88.1	295.3	512.6	763.9	1011	1543
実験値	88.10	293.0	489.0	777.0	1035	1539



1次 2次 3次 4次 5次 6次 図 2:対称アングルプイライ 45°における振動モード (上図:実験結果,下図:解析結果)

表3: 逆対称アングルプライ45°における振動数(Hz)



CFRP 対称・逆対称アングルプライ積層板の振動数 を本解析値と実験値で比較すると,すべて誤差が10 %以内という妥当な結果が得られ,本解析法の有効性 を確認できた.

振動モードにおいても,解析値と実験値でほぼ同様 のモードを得ることができた.

対称では,配向角が振動モードに影響を与え,繊維 方向に沿ったモードが現れやすいが,逆対称では,配 向角によらず左右対称な振動モードを確認することが できた.

5 積層順序の違いによる振動数の変化



図4:積層順序の違いによる振動数の変化(4次)

図4は積層順序の違いが振動数へ及ぼす影響を調べるために,+層と-層の配置を変化させた場合の解析結果(4次)を示している.

全てが - の層で構成されている と,外側の層のみ が + の層で構成されている とを比較すると,中間 層の構成はほぼ同じであるのに振動数は大きく違う. しかし外側の層の構成がほぼ同じであり,中間の2層 のみが違う と を比較すると、振動数がほぼ同じに なっている事が分る.これらのことから外側のシート の影響を大きく受けるということが考えられる.

#### 6 考察

CFRP 対称・逆対称アングルプライ積層板のどちら においても振動数,振動モード共に妥当な結果を得る ことができた.また配向角・積層順序が振動モードに 影響を与えていることも明らかになった.以上の事よ り,配向角・積層順序の組合せ方により,各環境に適 した性質を持つ材料を作り出せるという一例を示すこ とができた.今後は,曲率等を有する積層曲面板の自 由振動特性を明らかにするとともに,本実験装置を用 いて,欠陥検出等に応用したいと考えている.

#### [参考文献]

 1) 森田千尋他:片持ち積層板の自由振動特性に関する 研究,構造工学論文集, Vol.55A, pp.33-41, 2005
2) 久保田敏弘:ホログラフィ入門,朝倉書店, 1995