

亀裂を含む長方形板の亀裂位置と固有周期の相対関係の解析

名城大学 学生員 ○松岡 功治 (株)安部工業所 正会員 國富 康志
防衛庁 正会員 土山 正登 名城大学 正会員 中川 建治

1 解析対象

亀裂を含む平板や壁体の振動あるいは音響問題の基礎的な研究として、直線状の亀裂1本(支持線平行で偏在可能)を持つ長方形板の曲げ振動解析を報告する．このような研究は既に報告されている¹⁾が、発表者らの研究²⁾は亀裂先端に process zone を構成したもので、異なる解析法に基づくものである．

基礎式は薄板の曲げ振動として最も基礎的な式(1)に基づくものとして、亀裂の中心位置と固有周期との関係を研究する．解は $x < 0$ 部の解 $w_1(x, y, t)$ と $0 < x$ 部の $w_2(x, y, t)$ とする．

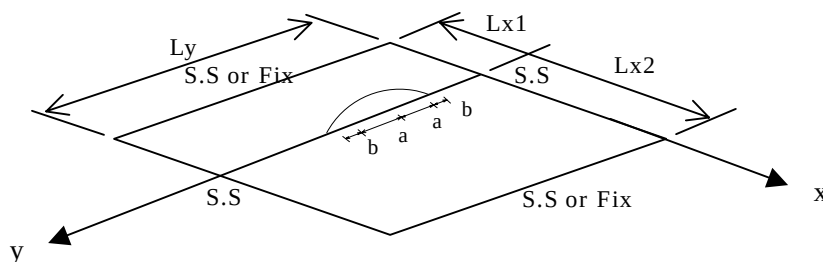


図1 解析対象とする平板と亀裂

$$m \frac{\partial^2 w_j}{\partial t^2} + D \nabla^2 \nabla^2 w_j(x, y, t) = 0 \quad \dots \dots (1)$$

長方形板は周辺単純支持の場合と、 $x=0, a$ の相対2辺が単純支持、他の2辺が固定の場合を比較する．亀裂は図1に示すように y 軸上にあり、完全開口部 ($M_x = R_x = 0$) の長さは $2a$ 、process zone 相当部が両先端に長さ b として（この点が本研究の特徴である）設けられている．自由振動であるから解は次の形とする．

$$\begin{cases} w_j = e^{ipt} \sum_k X_{jk}(x) \sin\left(\frac{k\pi y}{L_y}\right) \\ X_{jk}(x) = \text{指数関数 (割愛)} \end{cases} \quad \dots \dots (2)$$

2 開口部の構成

Process zone を含めた開口部(変位不連続部)の形状 $g(\xi)$ に関する詳細は著者らの既報の文献^{2), 3)}に譲るが、本解析の亀裂線上の境界条件は次の様に構成されている．

- 1) 完全開口部の断面力 (R_x, M_x) の0に対する相対誤差は、亀裂先端の process zone 部の最大断面力の 10^{-5} のオーダーである．
- 2) process zone では有限で滑らかな断面力と開口変位とが並存している．
- 3) 亀裂線上の連続部はたわみも断面力も、滑らかに（フーリエ展開の140項以上の残渣が残る程度で）連続条件が満足されている．



図 2-1 二辺単純他辺固定支持の場合
の1次振動のたわみ曲面

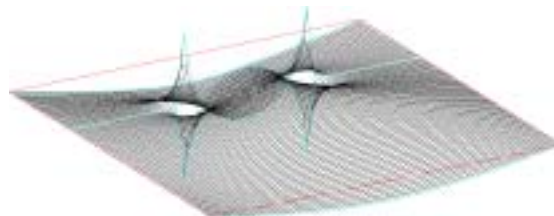


図 2-2 二辺単純他辺固定支持の場合
の1次振動のモーメント分布

キーワード：亀裂，長方形板，振動，単純支持，固定支持

連絡先：〒468-8502 名古屋市天白区塩釜口1-501 名城大学理工学部 TEL 052-832-1151, FAX052-832-1178

3 解析結果

解析対象の長方形板は厚さ 0.5cm の鋼板で大きさは 100cm × 100cm とする。亀裂線に直角の 2 辺は単純支持であるが他の 2 辺は単純支持の場合と固定支持の場合の 2 例を採って比較する。亀裂は y 軸に平行で、実開口部長さ： $2a=30\text{cm}$ ，Process zone： $b=5\text{cm}$ のもの 1 本とする。亀裂が板の中心にある場合を偏心率 = 0 として、亀裂の中心を x, y 方向へ偏心させてそれぞれ 1 次振動周期の変化状況を図に示す。図中の y 方向の偏心率 = 0.25 とは亀裂中心がスパンの 1/4 点へ移動していることである。x 方向の偏心率 = 0.45 とは支持辺（単純 or 固定）へ 5 cm まで近付いていることである。周辺単純支持の場合は x 方向偏心と共に固有周期は一様に短くなるが、y 軸平行辺が固定支持の場合は、亀裂が支持辺へ 30cm 程に近付くと固有周期は最小となり、固定辺へ近づき過ぎると再び固有周期が長くなる特性を持つことが示された。

図 4-1, 4-2 は高次モードの場合のたわみ曲面であるが、全領域を図化すると亀裂開口部の特徴が見苦しくなるので、亀裂開口部の中心を通して x, y 方向に切断をしてそれぞれ一方を捨てた図である（亀裂線と直角方向の切断部のたわみが状態が確認できる）。

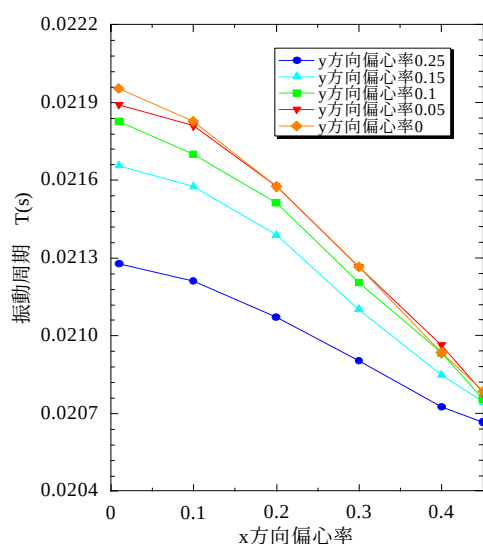


図 3-1 周辺単純支持、開口率 0.4 の亀裂を偏心させた場合の 1 次振動周期

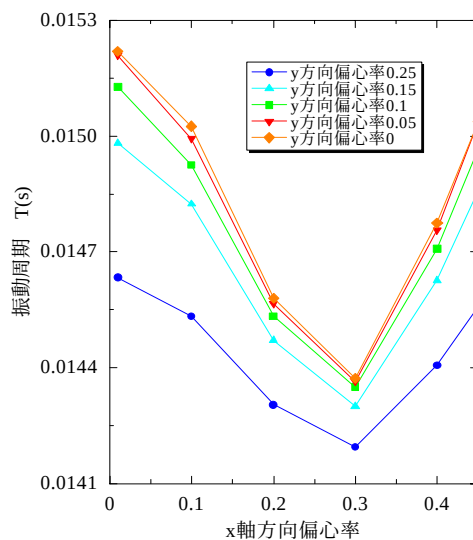


図 3-2 二辺単純他辺固定支持、開口率 0.4 の亀裂を偏心させた場合の 1 次振動周期

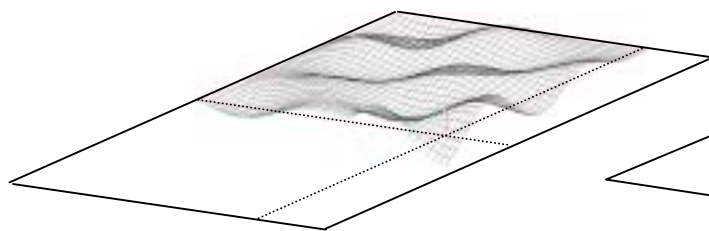


図 4-1 周辺単純支持の開口率 0.4 のたわみ曲面

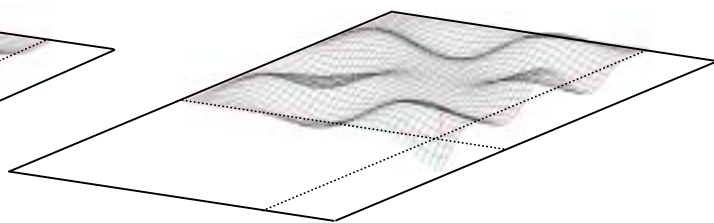


図 4-2 二辺単純他辺固定支持の開口率 0.4 のたわみ曲面

参考文献；1) R. Solecki: Bending Vibration of a Simply Supported Rectangular Plate with a Crack Parallel to One Edge, E.F.M.Vol.18,No.6,pp.111-2228.

2) 土山、国富、中川、藤井；亀裂を含む長方形板の自由振動解析、平 15・土木学会中部・概要集 I -51.

3) 松岡、土山、国富、中川；亀裂を含む長方形板の支持辺の様式と固有周期の関係の解析、平 16・土木学会中部・概要集 I -37.