

# 安定化有限要素法を用いた植生を考慮した風況解析

中央大学大学院 学生員 ○板橋 翔  
中央大学 正会員 櫻山 和男

## 1. はじめに

都市域においてヒートアイランド現象、及びそれと連動して起こる大気汚染や粉塵公害の現象や、これらの対策として進められている屋上緑化等の屋外温熱環境緩和手法の効果を植生を考慮し、定量的に評価することは極めて重要である。このヒートアイランド現象における既存の数値解析の研究では差分法が多く用いられている。しかし、構造物や地形などの任意複雑形状への適合性において、非構造格子に基づく有限要素法は優れた手法といえる。

そこで本報告では、改良 Launder-Kato 型の改良  $k-\varepsilon$  モデル<sup>1)</sup>を安定化有限要素法に適用し、更に樹木の流体力学の影響を考慮するため、持田らや大橋が提案した植生キャノピーモデル<sup>2)3)</sup>を組み込んだ。本解析手法の有効性について検討を行うため、大橋の風洞実験結果<sup>4)</sup>との比較を行った。

## 2. 数値解析手法

### (1) 基礎方程式

等温場における非圧縮性粘性流体を考え、乱流モデルには Launder-Kato 型の改良  $k-\varepsilon$  モデル<sup>1)</sup>を使用する。アンサンブル平均操作を施された運動方程式、連続式、乱れエネルギーの輸送方程式、エネルギー散逸率の輸送方程式は、それぞれ式(1),(2),(3),(4)で表される。

運動方程式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\nu + \nu_T) \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right\} + F_i = 0 \quad (1)$$

連続式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

乱れエネルギー  $k$  の輸送方程式；

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} - \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} - P_k + \varepsilon - F_k = 0 \quad (3)$$

エネルギー散逸率  $\varepsilon$  の輸送方程式；

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} - \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_j^2} - (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} - F_\varepsilon = 0 \quad (4)$$

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

$$\bar{S}_{ij} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2}, \bar{\Omega}_{ij} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2}$$

$$\begin{cases} P_k = \nu_T \bar{S}_{ij} \bar{\Omega}_{ij} & (\bar{\Omega}_{ij} / \bar{S}_{ij} \leq 1) \\ P_k = \nu_T \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij} & (\bar{\Omega}_{ij} / \bar{S}_{ij} > 1) \end{cases}$$

$\bar{u}_i, \bar{p}$  は、それぞれアンサンブル平均操作を施された流速、圧力であり、 $k$  は乱れエネルギー、 $\varepsilon$  エネルギー散逸率、 $\nu$  は動粘性係数、 $\nu_T$  は渦動粘性係数、 $\rho_0$  は基準密度。また、定数群は以下の通りである。

$$C_\mu = 0.09, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92$$

### (2) 植生キャノピーモデル

樹木が温熱空気環境に及ぼす影響には、主なものとして

1. 樹木の流体力学の影響。
  2. 樹木による日射等の放射減衰の効果。
  3. 樹木の蒸発散による潜熱放射を含む熱収支への影響
- 等があげられるが、本研究では1.に着目した研究を行う。

樹木の流れ場に対する流体力学の影響とは、主に樹木の風速に対する流体力学的抵抗と乱れの増大効果であり、これらの効果をモデル化したものが、植生キャノピーモデルである。流体力学的抵抗に関するモデルは、運動方程式の右辺に  $F_i$  として付加され、乱れの増大効果に関するモデルは乱流エネルギー  $k$  の輸送方程式とエネルギー散逸率の輸送方程式の右辺にそれぞれ  $F_k, F_\varepsilon$  として付加される。更に流体力学的抵抗の  $F_i$  のモデルに関してはどの提案者も同じであるが、乱れの増大効果の  $F_k, F_\varepsilon$  のモデルに関しては提案者によって異なる。以下に本論文で用いたモデルを示す。

$$F_i = C_f a \bar{u}_i \sqrt{\bar{u}_i^2}$$

持田らが改良した Green のモデル<sup>2)</sup>

$$F_k = \bar{u}_i F_i - 4 C_f a \sqrt{\bar{u}_i^2 k}$$

$$F_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{k} (C_{p\varepsilon 1} \bar{u}_i F_i - C_{p\varepsilon 2} 4 C_f a \sqrt{\bar{u}_i^2 k})$$

大橋のモデル<sup>3)</sup>

$$F_k = \bar{u}_i F_i - 4 C_f a \sqrt{\bar{u}_i^2 k}$$

$$F_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{k} C_{p\varepsilon} a k^{3/2}$$

ここで、 $C_f$  は樹冠の抵抗係数、 $a$  は樹冠の葉面積密度 [ $m^2/m^3$ ]、 $C_{p\varepsilon}$  はモデル係数である。

### (3) 安定化有限要素法

基礎方程式(1),(2),(3),(4)に対して安定化有限要素法を(SUPG/PSPG法<sup>5)</sup>)を適用し、P1/P1(流速・圧力1次)要素を用いて補間を行うと、次のような有限要素方程式を得る。時間方向の離散化には、2次精度を有するCrank-Nicolson法を用いた。移流項における移流速度  $\bar{u}_i$  は、2次精度Adams-Bashforth法により近似した。なお、連続式、圧力は陰的に取り扱っている。連立1次方程式の解法には、Element-by-Element Bi-CGSTAB2法を用いた。

**KeyWords：** 安定化有限要素法，改良  $k-\varepsilon$  モデル，植生キャノピー

連絡先： 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: show@civil.chuo-u.ac.jp

### 3. 数値解析例

#### (1) 解析条件

解析領域を図-1に、境界条件を表-1に示す。また、実験に用いられた樹木模型<sup>4)</sup>は、樹高が0.65[m]、樹幹部分が1辺0.3[m]の立方体であり、解析では植生キャノピーモデルの葉面積密度、抗力係数をそれぞれ $a = 17.93[m^2/m^3]$ 、 $C_f = 0.8$ とした。解析に用いたメッシュは、 $71 \times 30 \times 25$ の最小メッシュ幅 $2.28 \times 10^{-2}[m]$ の不等分割メッシュを用いた。微少時間増分量は $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}[sec]$ とし、 $t = 30[sec]$ まで解析を行った。解析は持田らが改良したGrennのモデル<sup>2)</sup>(Case1:  $C_{p\varepsilon 1} = 1.8$ ,  $C_{p\varepsilon 2} = 1.4$ , Case2:  $C_{p\varepsilon 1} = 1.8$ ,  $C_{p\varepsilon 2} = 1.6$ )と、大橋のモデル<sup>3)</sup>(Case3:  $C_{p\varepsilon} = 3.0$ )の、それぞれ3ケースについて行った。解析領域の中心軸(z軸)上の高さ $y = 0.6[m]$ のLineAと、高さ $y = 0.8[m]$ のLineBにおいて実験値<sup>4)</sup>との比較を行った。

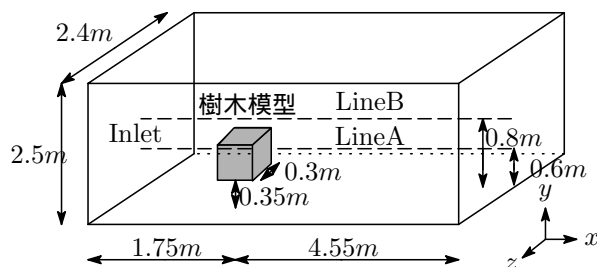


図-1 解析領域

表-1 境界条件

|      |                                                                                                                                     |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 流入境界 | $\bar{u}, k$ に関しては実験値を用いた。 <sup>4)</sup><br>$\bar{v} = \bar{w} = 0.0[m/s]$ $\varepsilon = 0.3k \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$ |
| 流出境界 | 自由流出境界 ( $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, k, \varepsilon : \partial/\partial x = 0$ )                                                    |
| 上端面  | slip 条件                                                                                                                             |
| 底面   | 一般化対数則                                                                                                                              |

#### (2) 解析結果

図-2,3にCase1~3におけるLineA,Bの平均風速を示す。平均風速は15~30[sec]の時間平均とした。

風速低減効果は、図-2におけるLineA( $y = 0.6[m]$ )の高さの平均風速図から確認でき、どのケースにおいても定性的に一致している。定量的な比較をすると、Case1,2は実験値よりも小さい値を示しており、Case3は実験値よりも大きな値を示している。また、Case1よりもCase2の方が若干ではあるが、実験値に近い値を示していることが確認できる。図-3におけるLineB( $y = 0.8[m]$ )の高さでの、実験の平均風速は樹木模型前方よりも模型後方で増加している。本解析のどのケースにおいても、樹木模型後方で風速の増加はするが模型から離れるにつれて、風速が大きく減少している。Case1とCase2の違いは殆ど見られず、樹木模型後方で風速の増加は実験値よりも大きい。樹木模型から離れるにつれて実験値よりも小さい値を示して。Case3は、樹木模型後方で風速の増加は実験値と良く一

致しているが、Case1,2と同様、樹木模型から離れるにつれ風速の減少が見られ、増加が維持されていない。

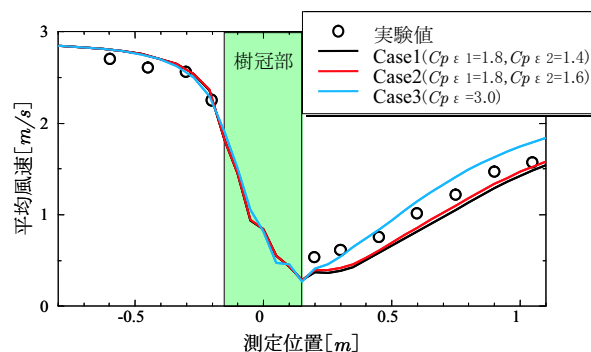


図-2 Case1~3のLineA(高さ  $y=0.6[m]$ )の平均風速

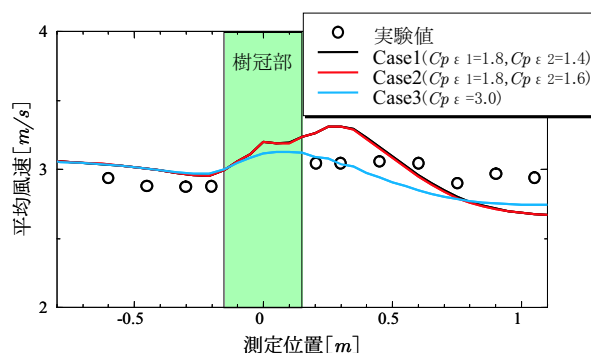


図-3 Case1~3のLineB(高さ  $y=0.8[m]$ )の平均風速

### 4. おわりに

本報告では、改良Launder-Kato型の改良 $k-\varepsilon$ モデルを安定化有限要素法に適用した。更に樹木の流体力学的影响を考慮するため、持田らや大橋の提案した植生キャノピーモデルを組み込んだ。本解析手法の有効性の検討をするため、大橋の風洞実験結果との比較を行い、以下の結論を得た。

- 持田らや大橋の提案したキャノピーモデルを用いることで、樹木模型後方で風速低減効果が確認でき、定性的に妥当な解析結果を得る事が出来た。なお、両モデルによる結果の差異は殆ど見られなかった。
- 樹木模型のある高さでの平均風速は実験値と良く一致しているが、樹木模型以上の高さでの平均風速に差異が見られた。

今後の課題として、実際の樹木での解析及び熱収支の考慮を行う予定である。

#### 参考文献

- 1) 村上周三：CFDによる建築・都市の環境設計工学，東京大学出版会，2000
- 2) 木村敦子，岩田達明，持田灯，吉野博，大岡龍三，吉田伸治：樹木の流体力学的影响の再現のための植生Canopyモデルの最適化（その1），（その2），日本建築学会大会学術講演梗概集，pp.721-724,2003,9
- 3) 大橋征幹：単独樹木周辺の気流解析に関する研究，日本建築学会環境系論文集，第578号，pp.91-96,2004
- 4) 大橋征幹：樹木模型周辺の気流分布に関する風洞実験，日本建築学会大会学術講演梗概集（環境），pp.575-576，1996。
- 5) T.E.Tezduyar：Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations，Advance in Applied Mechanics，28，pp.1-44，1991。