再帰的分解法を用いたライフラインネットワークの性能評価

京都大学工学研究科　正会員　　小野 祐輔
京都大学工学研究科　学生員　○大西則仁
京都大学工学研究科　正会員　　Charles Scawthorn

1.　はじめに

本研究では，Li and He[1) によって提案された再帰的分解法を用いて，ネットワークの信頼性解析を行うプログラムを作成した．その後，再帰的分解法を Hoshiya and Yamamoto[2) の冗長性指数の計算に適用した．また，ネットワークの形状と冗長性指数の関係について考察を行い，冗長性指数によるネットワーク評価が不適切となる事例を示した．

2.　再帰的分解法によるネットワーク信頼性解析

ネットワークを構成する要素の非破壊確率が与えられたとき，供給点から需要点に至る経路の存在確率はネットワークの信頼性と呼ばれる．Li and He[1) はネットワークの信頼性を効率的に計算できる再帰的分解法を提案しており，その考えかたは以下の通りである．

まず，ネットワーク全体を記号 G を用いて表し，供給点から需要点に至る経路が存在している場合に $\Phi(G)=1$，存在しない場合に $\Phi(G)=1$ と定義する．$\Phi(G)=1$ の場合，次のように表すことができる．

$$\Phi(G) \quad = \quad \{\text{始点·終点間に経路が存在する (ネットワークが機能している)}\} = \bigcup_{k=0}^{K} \mathbf{S_k} \tag{1}$$

ここで $\mathbf{S_k}$ とはネットワークの供給点から需要点に至る１つの最短経路を表し，K+1 個存在しているとする．任意の１つの最短経路を集合 $\mathbf{S_0}=\{\mathbf{s_1 s_2 \cdots s_{n_0}}\}$ を用いて表すことにする．$s_i,(i=1,2,...,n_0)$ は最短経路 $\mathbf{S_0}$ 上の各要素を表している．さらに，ド · モルガンの法則と吸収律を用いると $\Phi(G)$ は次のように展開することができる．

$$\Phi(\mathrm{G}) = \mathbf{S_0} + \{\bar{\mathrm{s}}_1\}\Phi(\mathrm{G}_1) + \{\mathrm{s}_1\bar{\mathrm{s}}_2\}\Phi(\mathrm{G}_2) + \cdots + \{\mathrm{s}_1\mathrm{s}_2\cdots\bar{\mathrm{s}}_\mathrm{i}\}\Phi(\mathrm{G}_\mathrm{i}) + \cdots + \{\mathrm{s}_1\mathrm{s}_2\cdots\mathrm{s}_\mathrm{i}\cdots\bar{\mathrm{s}}_{\mathrm{n}_0}\}\Phi(\mathrm{G}_{\mathrm{n}_0}) \tag{2}$$

ここで，G_i は元のネットワーク上から要素 s_i を取り除いて作られるサブネットワークを表す．よって，ネットワークの信頼性 $R(G)$ は，次のように求める．

$$R(G) = p_r\{\Phi(G)\} \tag{3}$$

3.　ネットワークの冗長性

ライフラインネットワークは多くの要素から構成されており，構成要素の一部が破壊したとしてもその機能を維持することが求められる．そこで，ネットワークの一部に破壊が生じてから全体が停止に至るまでの余裕を定量的に表す指標として冗長性指数 (Redundancy Index) が提案されている．Hosiya and Yamamoto[2) が提案した冗長性指数 R_E は次式によって計算される．

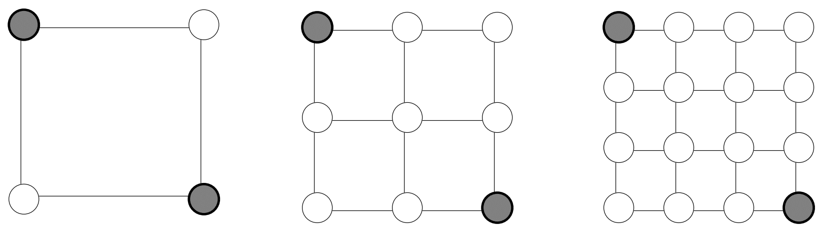
$$R_E = \frac{H_{D|D}}{\log_2(m)} = \frac{\{-\sum_{i=1}^{m-1} P_{D_i|D}\log_2 P_{D_i|D} - P_{D_F|D}\log_2 P_{D_F|D}\}}{\log_2(m)} \tag{4}$$

ここで, $H_{D|D}$ はシステムに何らかの被害が発生する事象 D の条件下で，少なくとも１個以上の要素が破壊する事象の部分集合の条件付きエントロピーである．また $P_{D_i|D}$ および $P_{D_F|D}$ はそれぞれシステムに何らかの損傷が発生する条件での事象 D_i と D_F の条件付き確率であり，事象 D の生起確率を P_D とした場合，次式で表される

$$P_{D_i|D} = \frac{P(D_i)}{P_D} \qquad P_{D_F|D} = \frac{P(D_F)}{P_D} \tag{5}$$

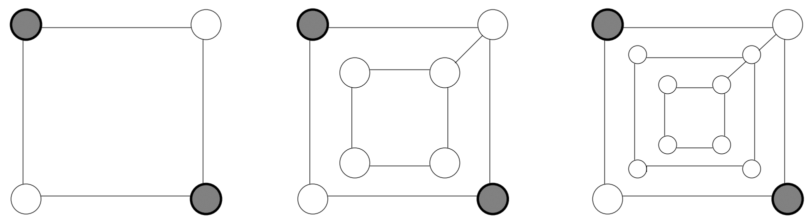
再帰的分解法の計算過程で，サブネットワーク G_i で経路が発見される度に，要素をそのサブネットワークで破壊と設定されている集合，経路を構成している集合，残りの集合 $\mathbf{C}$ の 3 つの集合に分ける．集合 $\mathbf{C}$ 内の要素の破壊,

Key Words: ライフライン，ネットワーク，信頼性，冗長性指数，再帰的分解法
〒 606-8501　京都府京都市左京区吉田本町，電話：075-753-5133，ファックス：075-762-2005



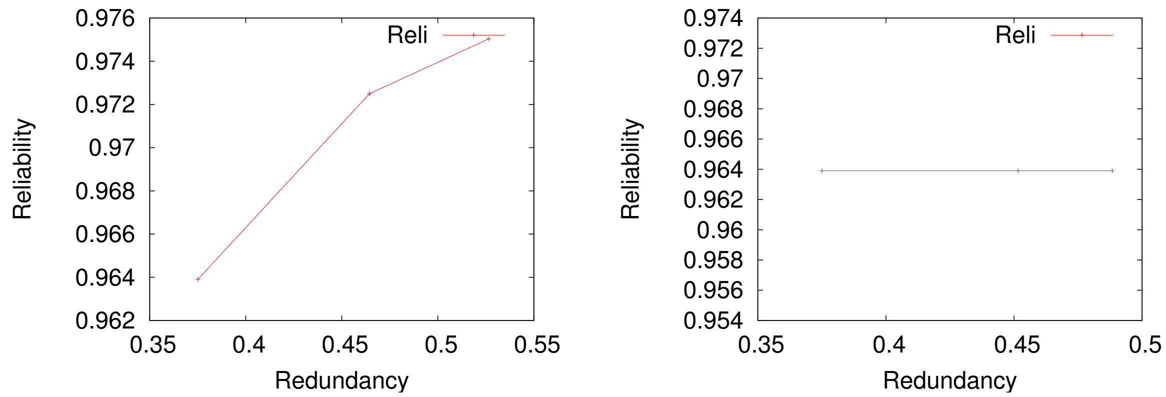
(a) 4 ノード，4 リンク　(b)9 ノード，12 リンク　(c)16 ノード，24 リンク

図–1 サンプルネットワーク 1



(a) 4 ノード，4 リンク　(b)8 ノード，9 リンク　(c)12 ノード，14 リンク

図–2 サンプルネットワーク 2



(a) サンプルネットワーク 1　(b) サンプルネットワーク 2

図–3 信頼性と冗長性指数の関係

非破壊に関係なしにサブネットワーク G_i では経路が存在するので，集合 $\mathbf{C}$ の要素が n 個の場合ネットワーク G_i 上には 2^n 通りの経路が存在することとなる．この 2^n 通りの経路の中で，破壊している要素の合計が j 個である事象を D_j として，その確率 P_{D_j} を求める．再帰的分解法による信頼性解析によって P_{D_F} は得られるので，式 (4),(5) を用いて冗長性指数 R_E を計算することができる．

4.　ネットワークの信頼性と冗長性の関係

図 1 に示したネットワークを用いて信頼性と冗長性指数 R_E の関係を調べた．この時，信頼性の向上と冗長性指数の間には図 3(a) に示すように，R_E の増加に伴って信頼性も増大するという関係が得られた．次に図 2 のネットワークを対象として，信頼性と冗長性指数 R_E の関係を調べたものが図 3(b) である．この図によると，R_E が増加するのに対して，信頼性は変化していない．これは，このようの供給点から需要点に至る経路に関係しないサブネットワークが含まれている場合には冗長性指数による評価が不適切であることを示している．

参考文献

1)Jie Li and Jun He:A Recursive Decomposition Algorithm for Network Reliability Evaluation , Earthquake Engineering and Structual Dynamics, Vol.31, pp.1525-1539,2002. 2)Masaru Hoshiya,and Kinya Yamamoto :Redundancy Index of Lifeline System, Journal oF Engineering Mechanics, pp.961-968, 2002.