

積雪の断熱効果が地盤の温度分布に与える影響について

(株)建設技術研究所 正会員 ○ 浅井孝徳
北海道大学大学院工学研究科 フェロー 三上 隆

1. はじめに

雪国の「かまくら」や冬山登山の「雪穴」を利用した経験を持つ人には、「雪は結構暖かいものだ」と言う人が多い。また、工学の分野でも積雪が地盤などの凍結を防ぐのに大きく関与していることは経験上よく知られている。ここでは地盤上に雪が積もった状態を一次元準定常熱伝導モデルで定式化しそれによる影響を調べるとともに、積雪による凍結深さへの影響をみる一つの指標である「雪の換算凍結層の厚さ^{1,2)}」算定式の妥当性を検討した。さらに、積雪-地盤内部の温度分布に与える影響を調べた。

2. 解析モデルとその解

図-1 は熱伝導率 k_2 、熱容量 $(\rho c)_2$ の半無限の地盤を表し、図-2 は同じ熱特性を有する地盤上に、熱伝導率 k_1 、熱容量 $(\rho c)_1$ の積雪が h_1 の厚さで積もっている状態を表す。なお積雪の熱容量はその密度 ρ_1 に大きく依存し、 $\rho_1=50 \sim 500[\text{kg/m}^3]$ で $(\rho c)_1=25 \sim 250[\text{kcal/m}^3]$ となるが、 h_1 が小さいとして、ここでは熱容量の影響を無視し、積雪層を熱伝達率 $\alpha=k_1/h_1$ の熱伝達境界に置き換えて考えることにする。なお、置き換えの妥当性については後述する。地盤の熱伝導方程式及び境界条件は次式で与えられる。

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad \text{ここで, } a^2 = k_2 / (\rho c)_2 \quad (1)$$

図-1 における境界条件は次式で表される。

$$x=0 \text{ で } U_0 = \Delta U_0 + A \sin pt \quad (2)$$

ここで、 ΔU_0 [] は平均気温、 A [] は気温振幅、 $\sin pt$ は周期変動を表す。

図-2 における境界条件は次式で表される。

$$x=0 \text{ で } -k_2(\partial U / \partial x) = \alpha(U_0 - U) \quad (3)$$

なお、本研究では平均気温を $\Delta U_0=0$ [] とし、周期成分のみに着目して考察していくことにする。式(1)を式(2)、式(3)で解けば、解は以下となる。

図-1 に対する解：

$$U^* = \Delta U^* \sin(pt - x\sqrt{p/2}/a) \quad (4)$$

$$U_0 = \Delta U_0 + A \sin pt$$

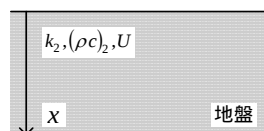


図-1 解析モデル

「地盤のみ」の場合

$$U_0 = \Delta U_0 + A \sin pt$$

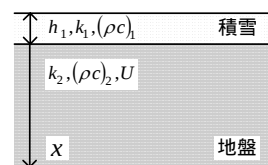


図-2 解析モデル

「積雪がある」場合

$$\text{ここで, } \Delta U^* = U_0 \exp(-x\sqrt{p/2}/a) \quad (5)$$

図-2 に対する解：

$$U^{**} = \Delta U^{**} \sin(pt - x\sqrt{p/2}/a + \varepsilon) \quad (6)$$

ここで、

$$\Delta U^{**} = \left\{ U_0 \beta / \sqrt{(1+\beta)^2 + 1} \right\} \exp(-x\sqrt{p/2}/a) \quad (7)$$

ただし、 $\beta = k_1 \sqrt{2/k_2(\rho c)_2 p} / h_1$ である。

3. 換算厚さの算定

積雪の地盤内温度に与える影響を簡易的に検討する場合、積雪を地盤と同じ熱伝導率の値を持つ地盤とみなして求めた、次の換算厚さ Z の算定式が有効である^{1,2)}。

$$Z = h_1(k_2/k_1) \quad (8)$$

式(8)は、定常熱伝導問題として得られたものである。ここでは、式(8)に類似な算定式を準定常熱伝導問題として求めてみる。

3.1 積雪層を熱伝達境界に置き換えた場合

式(4)による地中 $x=Z$ におけるピーク温度と式(6)による積雪層と地盤境界面($x=0$)におけるピーク温度が等しいとすれば、換算厚さ Z は式(9)となる。

$$Z = -a_2 \sqrt{2/p} \ln f(\beta) \quad (9)$$

ここで、 $f(\beta) = \beta / \sqrt{(1+\beta)^2 + 1}$ である。

3.2 積雪の熱容量を考慮した場合

図-2 において積雪及び地盤に関する熱定数などの緒量に添字 1(積雪)、2(地盤)を付して区別し、式(2)の境界条件とともに温度及び熱量に関する連続条件を用いて式(1)を解き、式(9)の算出と同様な考えで換算厚さ Z

キーワード 断熱効果 熱伝導 準定常 雪

連絡先 〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目 TEL011-706-6174

を求めれば式(10)となる．

$$Z = -a_2 \sqrt{2/p} \ln g(\delta) \quad (10)$$

ここで， $D_{1,2} = \sqrt{k_1(\rho c)_1 p/2} \pm \sqrt{k_2(\rho c)_2 p/2}$ （+は D_1 に，-は D_2 に対応する）， $\delta = h_1 \sqrt{p/2}/a_1$ と置けば，次式となる．

$$g(\delta) = \sqrt{2k_1(\rho c)_1 p} / \sqrt{D_1^2 e^{2\delta} + D_2^2 e^{-2\delta} + 2D_1 D_2 \cos 2\delta} \quad (12)$$

3.3 算定式の検討

$k_2=2[\text{kcal/mh}]$ ， $(\rho c)_2=500[\text{kcal/m}^3]$ の地盤上に，積雪が $h_1=0.1[\text{m}]$ 及び $h_1=0.5[\text{m}]$ の場合の換算厚さ Z を式(8)～式(10)を用いて算出し，その結果を図-3に示す．なお，積雪の熱伝導率は次式を用い³⁾，熱容量は $(\rho c)_1=0.5057 \rho_1$ より求めた．本算定結果は積雪の熱容量 $(\rho c)_1$ の考慮の有無によらず，ほぼ同じであるが，式(8)の適用は積雪深 h_1 が小さく，積雪の密度 ρ_1 が大きい（熱伝導率 k_1 が大きい）場合に限定されそうである．

$$k_1[\text{kcal/mh}] = 2.5 \times 10^{-2} + 2.5 \times 10^{-6} \rho_1^2 \quad (13)$$

ただし， ρ_1 ：積雪の密度 $[\text{kg/m}^3]$ ．

なお，日本雪氷学会によれば，密度範囲により，新雪($\rho_1=30 \sim 150$)・しまり雪($\rho_1=150 \sim 500$)・霜ざらめ雪($\rho_1=200 \sim 400$)・ざらめ雪($\rho_1=300 \sim 500$)に分類されている．

4. 積雪及び地盤内の温度分布

4.1 解析方法

ここでは，積雪深変化などの温度分布に与える影響を見るために，図-2のモデルを用いて準定常熱伝導解析を行なった．解析は各層で成立する式(1)に対して，空間領域には選点法及び時間領域にはクランク・ニコルソン法を適用した．なお，地盤の離散化では，解析領域が半無限となることによる数値解析上の難点を克服するために，半無限領域を写像変換により有限領域に変換した後に上述の各解法を適用した⁴⁾．

4.2 温度分布の検討

以下に示す図-4は，マイナス値が地盤の最深部に到達した時刻における種々の積雪深 h_1 について示したものである．さらに実際の気温で検討するために式(2)の $\Delta U_0=8.63[]$ 及び $A=14.80[]$ としているが，これは札幌の過去10年間（1993～2002年）の日平均気温から最大凍結指数を与える年（2000年）のものを用いている．

なお，縦軸は積雪及び地盤内部の位置座標を示すが，前者は無次元量(x_1/h_1)で，後者は実距離 $x_2[\text{m}]$ である．

これによれば，積雪深が大きくなれば地盤内温度分

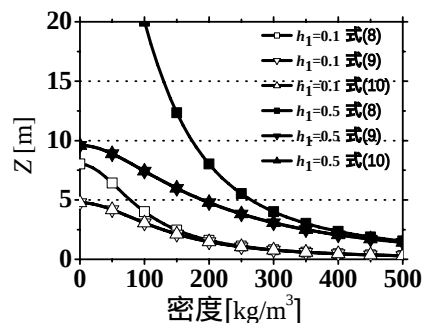


図-3 積雪の密度と換算厚さの関係

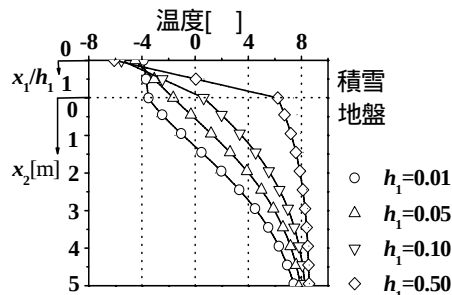


図-4 積雪深変化の積雪 - 地盤内の温度分布に与える影響

布は高い温度を示す様子が読み取れる．このことから積雪はよい断熱効果があると言える．

5. まとめ

本研究では，積雪の断熱効果を定量的に判定できる評価式を提案するとともに，積雪 - 地盤系に対する準定常熱伝導解析を行ない系の温度分布などを明らかにした．今後は道路舗装内温度分布を明らかにするとともに，凍結深さの推定に用いられる Stefan 解との比較を行ない，解の妥当性について検討していく考えである．

【参考文献】

- 1) 伊福部宗夫；北海道における道路の凍上・凍結深さ及び置換率に関する研究，土木試験所報告，No.26，pp.10-22，1962．
- 2) 久保宏；積雪寒冷地舗装の凍上対策，土木学会誌，Vol.64，No.2，pp.10-16，1979．
- 3) 前野紀一・黒田登志雄；雪氷の構造と物性，古今書院，pp.173-174，1999．
- 4) 三上隆・浅井孝徳・蟹江俊仁；一次元半無限移動境界問題の一解析法，応用力学論文集，Vol.5，pp.185-190，2002．