

アーチ凍土の力学的挙動について（その3） — 各種解析手法の比較 —

(株)精研 正会員 ○加藤 哲治* 伊豆田 久雄* 森 保史*
東京都立大学名誉教授 フェロー会員 山本 稔**

1. はじめに

アーチ凍土の力学的挙動を予測する上で、フレーム解析は有用な手法であることが確認されている¹⁾。一方、理論解析も古くから用いられており、地盤凍結工法の凍土壁の設計は、理論解を用いて行われることも多い。このために、フレーム解と理論解との関係を調べる必要があった。等分布荷重を受けるアーチについては理論解があるものの、アーチ凍土のモデル実験²⁾で採用された4点載荷における理論解は見当たらない。このために、まず理論解を導出し、その解とフレーム解との比較を行った。

2. 理論解の導出

(1) 解析モデル

現場モデルは図1の(a)のように想定されるが、モデル実験ではできるだけ単純化したので、鉛直荷重のみの図1の(b)のような両端固定の4点載荷モデルとし、アーチクラウンを通るy軸を中心とする対称形モデルとした。

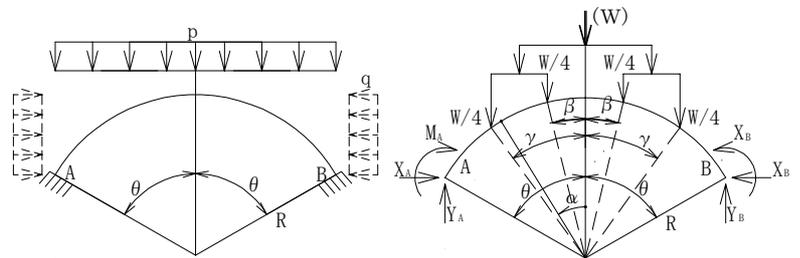
(2) 支点反力 X_A, Y_A およびモーメント M_A の釣り合い:

構造と荷重の対称性および鉛直荷重の釣り合いを用いると、

$$X_A = X_B \quad \dots\dots (1)$$

$$Y_A = Y_B = \frac{1}{2}W \quad \dots\dots (2)$$

$$M_A = M_B \quad \dots\dots (3)$$



(a) 現場想定モデル

(b) 解析モデル

図1 モデルの説明図

(3) モーメントM分布:

荷重作用点の前後でモーメントが異なるので、

$$0 \leq \alpha \leq \beta: M = -X_A R(\cos \alpha - \cos \theta) + M_A + \frac{WR}{4}(2 \sin \theta - \sin \gamma - \sin \beta) \quad \dots\dots (4)$$

$$\beta \leq \alpha \leq \gamma: M = -X_A R(\cos \alpha - \cos \theta) + M_A + \frac{WR}{4}(2 \sin \theta - \sin \gamma - \sin \alpha) \quad \dots\dots (5)$$

$$\gamma \leq \alpha \leq \theta: M = -X_A R(\cos \alpha - \cos \theta) + M_A + \frac{WR}{2}(\sin \theta - \sin \alpha) \quad \dots\dots (6)$$

(4) 支点反力 X_A とモーメント M_A の解:

軸力とせん断力の変化量を見捨てる、ひずみ仕事極小の定理を用いると、積分範囲に応じたMを用いて、

$$\frac{\partial U}{\partial X_A} = \int \frac{M}{EI} \cdot \frac{\partial M}{\partial X_A} ds = \frac{R}{EI} \int_0^\theta M \cdot \frac{\partial M}{\partial X_A} d\alpha = \frac{2R^3}{EI} X_A \left(\frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} \sin \theta \cos \theta + \theta \cos^2 \theta \right) - \frac{2R^2}{EI} M_A (\sin \theta - \theta \cos \theta) - \frac{WR^3}{2EI} \times$$

$$\{-2\theta \sin \theta \cos \theta + (\gamma \sin \gamma + \beta \sin \beta + 2 \cos \gamma) \cos \theta + \sin^2 \theta - 2 \cos^2 \theta - \frac{1}{2}(\sin^2 \gamma + \sin^2 \beta) - (\cos \gamma - \cos \beta) \cos \theta\} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial U}{\partial M_A} = \int \frac{M}{EI} \cdot \frac{\partial M}{\partial M_A} ds = \frac{R}{EI} \int_0^\theta M \cdot \frac{\partial M}{\partial M_A} d\alpha$$

$$= -\frac{2R^3}{EI} X_A (\sin \theta - \theta \cos \theta) + \frac{2R\theta}{EI} M_A + \frac{WR^2}{2EI} \{2\theta \sin \theta + 2 \cos \theta - (\gamma \sin \gamma + \beta \sin \beta) - (\cos \gamma + \cos \beta)\} = 0 \quad (8)$$

(7)式と(8)式の連立方程式を解くと(9)~(10)式となり、また、軸力Nは(11)~(13)式の通りである。

$$X_A = \frac{W}{2} \cdot \frac{\sin \theta \{(\gamma \sin \gamma + \beta \sin \beta + \cos \gamma + \cos \beta) - 2 \cos \theta - \theta \sin \theta\} - \frac{\theta}{2}(\sin^2 \gamma + \sin^2 \beta)}{\theta^2 + \theta \sin \theta \cos \theta - 2 \sin^2 \theta} \quad (9)$$

$$M_A = X_A \times R \left(\frac{\sin \theta}{\theta} - \cos \theta \right) - \frac{WR}{4} \left\{ 2 \sin \theta - \frac{(\gamma \sin \gamma + \beta \sin \beta + \cos \gamma + \cos \beta) - 2 \cos \theta}{\theta} \right\} \quad (10)$$

<キーワード>アーチ凍土、凍結工法、強度計算、理論解、フレーム解、計算法の比較

連絡先 * 文京区小石川 1-12-14 TEL03-5689-2355 FAX03-5689-2361 ** 町田市玉川学園 1-15-2

$$0 \leq \alpha \leq \beta \quad N = X_A \cos \alpha + Y_A \sin \alpha - \frac{W}{4} \sin \alpha - \frac{W}{4} \sin \alpha = X_A \cos \alpha \quad (11)$$

$$\beta \leq \alpha \leq \gamma \quad N = X_A \cos \alpha + Y_A \sin \alpha - \frac{W}{4} \sin \alpha = X_A \cos \alpha + \frac{W}{4} \sin \alpha \quad (12)$$

$$\gamma \leq \alpha \leq \theta \quad N = X_A \cos \alpha + Y_A \sin \alpha = X_A \cos \alpha + \frac{W}{2} \sin \alpha \quad (13)$$

なお、同様の手法によって、等分布荷重の場合の鉛直の理論解(14),(15)ならびに水平方向の理論解(16),(17)を求め、その理論解と土木学会公式集³⁾の式とを比較し、式の形は異なるが計算結果が一致することは確認した。

$$X_A = pR \times \sin \theta \cdot \frac{\frac{1}{2}\theta - \frac{1}{3}\theta \sin^2 \theta - \frac{1}{2}\sin \theta \cos \theta}{\theta^2 + \theta \sin \theta \cos \theta - 2\sin^2 \theta} \quad (14)$$

$$M_A = pR^2 \times \frac{\frac{\theta^2}{4}(1-2\sin^2 \theta) - \frac{\theta \sin \theta \cos \theta}{6}(3+\sin^2 \theta) + \frac{\sin^2 \theta}{12}(8\sin^2 \theta + 3\cos^2 \theta)}{\theta^2 + \theta \sin \theta \cos \theta - 2\sin^2 \theta} \quad (15)$$

$$X_A = -\frac{qR}{2} \times \frac{-2\theta^2 \cos \theta + \frac{1}{3}\theta \sin \theta - \frac{4}{3}\theta \sin \theta \cos^2 \theta + 3\sin^2 \theta \cos \theta}{\theta^2 + \theta \sin \theta \cos \theta - 2\sin^2 \theta} \quad (16)$$

$$M_A = \frac{qR^2}{2} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \frac{1}{\theta} \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta \right) + X_A R \times \left(\frac{\sin \theta}{\theta} - \cos \theta \right) \quad (17)$$

3. 理論解とフレーム解との比較

(1) 入力数値:

入力数値を表1に示す。理論解は上記の式を用い、フレーム解析は富士通エフ・アイ・ピー製 FREMING Ver10 のソフトを用いて計算した。

表1 入力数値表

中立軸半径	R= 300mm
アーチスパン	L= 564mm($\theta = 70^\circ$)
荷重点スパン	$l = 140\text{mm}$ ($\beta = 12^\circ$ $\gamma = 44^\circ$)
荷重	W= 500kN/m
凍土厚(フレーム解)	T= A:80mm,B:55mm,C:30mm

(2) モーメントと軸力の比較:

理論解とフレーム解の結果を比較すると、図2、図3に示すように、概ね良好な結果となったが、フレーム解の厚みを薄くする程、理論解に近づく結果となった。この違いがなぜ生じるのか現状では不明であるが、厚みの影響を受ける事から、直梁では問題のなかったひずみの直線分布による中立軸の仮定が、この程度の厚みのアーチでも無視出来ない可能性があるため、今後はこの点を検証して行きたいと考えている。

4. おわりに

まだ、若干の違いがあるものの、薄いアーチでは理論解とフレーム解析とがほぼ一致したことから、今後の検討において、アーチ凍土の厚みによって本解析ならびに公式集の理論式とフレーム解との使い分けが必要であることが明らかになった。

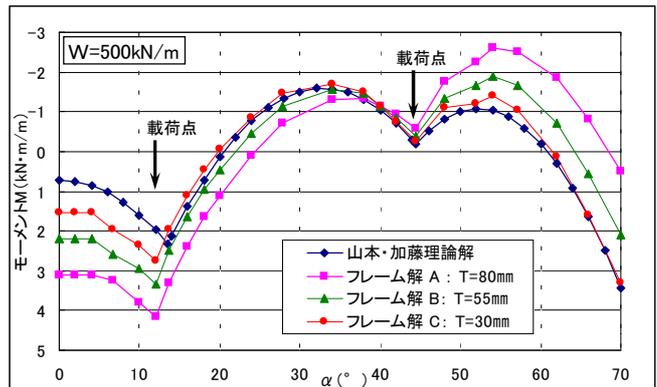


図2 理論解とフレーム解のモーメントM比較

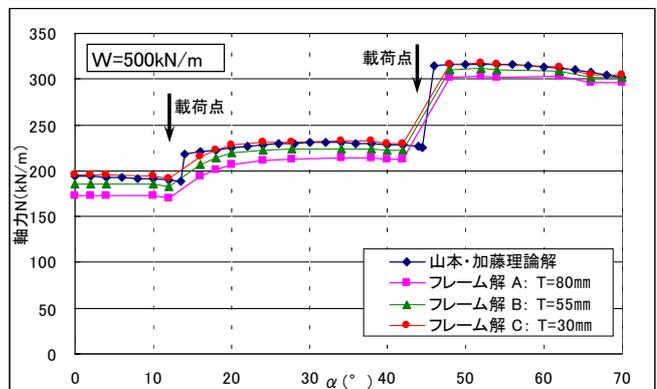


図3 理論解とフレーム解の軸力N比較

参考文献 1), 2) 森保史ら、「アーチ凍土の力学的挙動について(その2)、(その1)」土木学会第59回年次学術講演会, 2004.
参考文献 3) 土木学会編、「構造力学公式集」、(社)土木学会、pp.254~255, 1974.