

Braess のネットワークにおける混雑料金の基礎的研究

愛媛大学大学院 学生員 ○木下隆介
愛媛大学工学部 正会員 羽藤英二

1. はじめに

近年、交通混雑の緩和を図る、交通施設・交通ネットワークを効率に利用するための方策の一つに、ロンドンや香港においては既に導入され大きな成果をあげている混雑料金の導入が考えられている。交通工学における均衡理論を用いて混雑料金を求める場合、料金は経路条件により変化すると考えられる。

本研究では、経路間に重複を含む Braess のネットワークで混雑料金の数値計算を行う。重複の割合や、需要及び容量の変化に対して比較・検証を行い、混雑料金の基本的な特性を理解する。

2. 混雑料金の定式化

本研究では、ドライバーの選択行動における種々な要因による不確定性を考慮した、確率的利用者均衡配分下での最適混雑料金を取り上げる。ここで示す「最適」の基準は、従来の交通ネットワーク配分においてシステム最適配分としてよく知られる、総旅行時間最小化とする。

まず、リンク a の一般化費用 $c_a(x_a)$ をリンク所要時間 $t_a(x_a)$ とリンクごとに課す料金 d_a との和とし、以下のように示す。

$$\mathbf{c} = \mathbf{t} + \mathbf{d} \quad (1)$$

最適混雑料金パターン $\mathbf{d}$ は、以下の二段階最適化問題（BP : Bilevel Programming）を解くことにより得られる。

$$\min_{\mathbf{d}} Z_p = \sum_a x_a t_a(x_a) \quad (2)$$

subject to

$$\begin{aligned} \max_x Z_s = & \sum_{rs} q_{rs} S_{rs}(\mathbf{c}) - \sum_a x_a c_a(x_a) \\ & + \sum_a \int_0^{x_a} c_a(w) dw \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、

x_a : リンク a の交通量

q_{rs} : OD ペア rs 間の交通量

S_{rs} : OD ペアごとの期待最小（一般化）費用関数

$$\begin{aligned} S_{rs} &= S_{rs}(\mathbf{c}_{rs}) = E[\min\{C_k^{rs}\}] \\ &= -\frac{1}{\theta} \ln \sum_k \exp(-\theta c_k^{rs}) \quad \forall r, s \end{aligned} \quad (4)$$

θ : スケールパラメーター

BP 問題を解くために最適化が達成された状態を想定し、一般化費用についての確率的利用者均衡配分(式(3))と所要時間についてのシステム最適配分(式(2))が一致するための必要十分条件を考えると、以下の式が得られる。

$$\sum_{rs} q_{rs} S_{rs}^*(\mathbf{P}_{rs}) = \sum_a \int_0^{x_a} c_a(w) dw - \sum_a \int_0^{x_a} \hat{t}_a(w) dw \quad (5)$$

ここで、

$$\hat{t}_a = t_a + x_a \frac{dt_a}{dx_a} : \text{限界所要時間} \quad (6)$$

式(5)から求まる最適混雑料金 $\mathbf{d}$ をリンクに設定することで、利用者の自由な経路選択行動の結果がシステム全体の最適化状態と一致する。

3. 仮想ネットワークを用いた計算例

図1のような1OD3経路の仮想ネットワークを用いて最適混雑料金の計算を行う。リンク1と5がそれぞれ経路1, 3間2, 3間における重複リンクとなり、リンクコストは以下のBPR関数を用いる。

$$t_a(x_a) = t_{a0} \left\{ 1 + \alpha (x_a / \text{Cap}_a)^\beta \right\}$$

キーワード：混雑料金・均衡配分

連絡先：〒790-8577 松山市文京町3 愛媛大学工学部 都市空間工学研究室 TEL 089-927-9843

ここで、

- $t_a(x_a)$: リンクコスト
- t_{a0} : リンク自由走行コスト
- x_a : リンク交通量
- Cap_a : リンク容量
- α, β : パラメータ ($\alpha=1.0, \beta=3.0$)

OD 交通量, 容量, ネットワークの重複率の変化, またスケールパラメーターの変化に対して料金がどのように変動するのか, 最適混雑料金の基本的な特性を検証する.

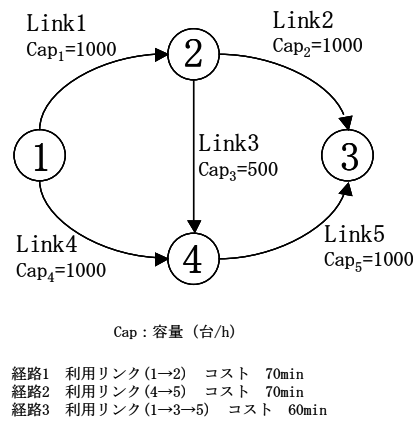


図 1 仮想ネットワーク

(1) OD 交通量の変化

経路 3 の重複率 0.5, リンク 3 の容量を 500 (台/h) に固定し, OD 交通量を 500→1000→3000 (台/hr) と変化させる. 各リンクとも OD 交通量が多くなるにつれ混雑料金が高くなり, 経路 3 は各 OD 交通量に対して常に一番高くなる. また, また最も料金の高いリンクは OD 交通量によって異なる.

(2) 容量の変化

OD 交通量を 1000 (台/h), 経路 3 の重複率 0.5 に固定し, リンク 3 の容量を 500→1000→3000 (台/hr) と変化させる. 容量が大きくなるにつれリンク 3 の料金は低くなり, 重複リンク (1, 5) の料金は高くなる. またリンク 3 の容量増加により, 経路 1, 2 の料金は増加するが, 経路 3 の料金は減少する.

(3) 重複率の変化

OD 交通量を 1000(台/h), リンク 3 の容量を 500 (台/h) に固定し, 経路 3 の重複率を 0.1→0.5

→0.9 と変化させる. 重複率が高くなるにつれ, 重複リンク (1, 5) の料金が高くなり, 重複していないリンク (2, 3, 4) は料金が低くなる.

(4) スケールパラメーターの変化

OD 交通量を 1000(台/h), リンク 3 の容量を 500 (台/h), 経路 3 の重複率 0.5 に固定し, スケールパラメーターを 0.01→0.1→5 と変化させる. θ の値が大きくなるにつれ, 各リンクの混雑料金は低くなり, 経路 1, 2 と経路 3 の料金の差が小さくなる. また $\theta=0.01$ において, 料金が低いリンクは高いリンクに比べて, θ の値による料金変動が大きい.

表 1 重複率の変化に対する混雑料金

重複率	リンク番号	UEに対する最適料金 $x(dt/dx)$	確率的付加項 $(1/\theta)\alpha$	SUEに対する最適料金 d
0.1	1	2.12	7.62	9.74
	2	11.20	2.00	13.20
	3	17.03	5.82	22.85
	4	11.20	8.62	19.82
	5	2.12	1.00	3.12
0.5	1	10.06	7.34	17.40
	2	10.02	2.00	12.02
	3	7.06	7.08	14.14
	4	10.02	8.34	18.36
	5	10.06	1.00	11.06
0.9	1	16.22	6.79	23.01
	2	9.22	2.00	11.22
	3	0.71	9.92	10.63
	4	9.22	7.79	17.01
	5	16.22	1.00	17.22

単位 min

表 2 θ の変化に対する混雑料金

リンク番号	スケールパラメーター		
	0.01	0.1	5
1	83.46	17.40	10.21
2	30.02	12.02	10.06
3	77.86	14.14	7.20
4	93.42	18.36	10.18
5	20.06	11.06	10.08

単位 min

4. まとめ

本研究では, 重複のある Braess のネットワークを用いて, 混雑料金の計算を行った. 交通量により最適混雑料金が変動するため, 混雑料金制度を実現させるには, 日別もしくは時間帯で料金を変更させる必要がある. また, ネットワークの形状や道路容量により料金も変動するので, ネットワークを十分把握し, 検討を行った上で最適な料金を設定する必要がある. 利用者の行動にも料金は変動し, 行動が確定的に近づくにつれ混雑料金は低くなる.