

回転ばねを考慮した軌道の動特性解析

東海旅客鉄道株式会社 正会員 川崎 祐征

1. はじめに

まくらぎ幅やレール締結装置の支持長さが軌道の特性に与える影響を理論解析により求めるには、まくらぎやレール締結装置の回転抵抗、すなわち回転ばねを考慮する必要がある。軌道の静的変形については回転ばねを考慮した理論解析方法を既に報告している¹⁾が、軌道の動特性についても既存の理論解析方法を応用することにより回転ばねを考慮した理論解析が可能である。

そこで本稿では、軌道の動特性の理論解析において回転ばねを考慮した場合の理論解析方法を示すとともに、回転ばねを考慮した場合の解析結果の一例を紹介する。

2. 離散支持モデルによる解法

回転ばねを考慮する場合の軌道の動特性解析モデルには、静的変形の理論解析と同様に連続弾性支持モデルおよび離散支持モデルの2つのモデルが考えられる。このうち連続弾性支持モデルにおける回転ばね考慮時の理論解析方法は Knothe²⁾により与えられているので、本稿では離散支持モデルにおける回転ばね考慮時の理論解析方法の概略を紹介する。

図1(a)に示すように、1枚あたりの鉛直ばね定数 k_p 、長さ L_p の軌道パッドが剛な路盤上に間隔 l で敷設され、その上に鉛直方向の曲げ剛性 EI のレールが敷設されている軌道モデルを考える。これを図1(b)のように回転ばねを考慮した離散支持モデルとして軌道をモデル化すると、軌道パッド1枚あたりの回転ばね定数 k_r は以下の式により求められる。

$$k_r = \frac{1}{12} k_p L_p^2 \cdots \cdots \text{式(1)}$$

k_p のみを考慮した離散支持モデルによる軌道の動特性の理論解析については Glassie ら³⁾ および森藤⁴⁾により解析方法が既に与えられているので、図1(b)に示す k_r を考慮したモデルにより軌道の動特性の理論解析を行なう場合は、これらの解析方法を k_r が考慮できるように拡張す

ればよい。例えば Glassie らによる解析方法をもとにして k_r を考慮した理論解析を行なう場合は、文献³⁾に記載されているばね支持点前後の伝達マトリクス $\mathbf{E}$ を

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -\mu & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -\xi \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ただし,} \quad \begin{cases} \mu = \frac{k_p \cdot l^3}{EI} \\ \xi = \frac{k_r \cdot l}{EI} \end{cases} \cdots \cdots \text{式(2)}$$

とすることにより解析が可能となる。また、森藤による解析方法をもとにして k_r を考慮した理論解析を行な
キーワード：軌道力学，軌道構造，回転ばね，レセプタンス

連絡 先：〒485-0801 愛知県小牧市大山 1545 番 33 Tel. 0568-47-5380 FAX 0568-47-5364

う場合は、文献⁴⁾中に記載されているばね支持点の左側の振動変位 $u(x, t)$ および右側の振動変位 $v(x, t)$ について、ばね支持点 $x = x_0$ における接続条件を式(3)のようにすれば解析が可能となる。

$$\left\{ \begin{array}{l} v(x_0, t) = u(x_0, t) \quad , \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} v(x_0, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x_0, t) - \frac{k_r}{EI} \frac{\partial}{\partial x} u(x_0, t) \\ \frac{\partial}{\partial x} v(x_0, t) = \frac{\partial}{\partial x} u(x_0, t) \quad , \quad \frac{\partial^3}{\partial x^3} v(x_0, t) = \frac{\partial^3}{\partial x^3} u(x_0, t) - \frac{k_p}{EI} u(x_0, t) \end{array} \right. \dots\dots\dots \text{式(3)}$$

表 1 解析条件

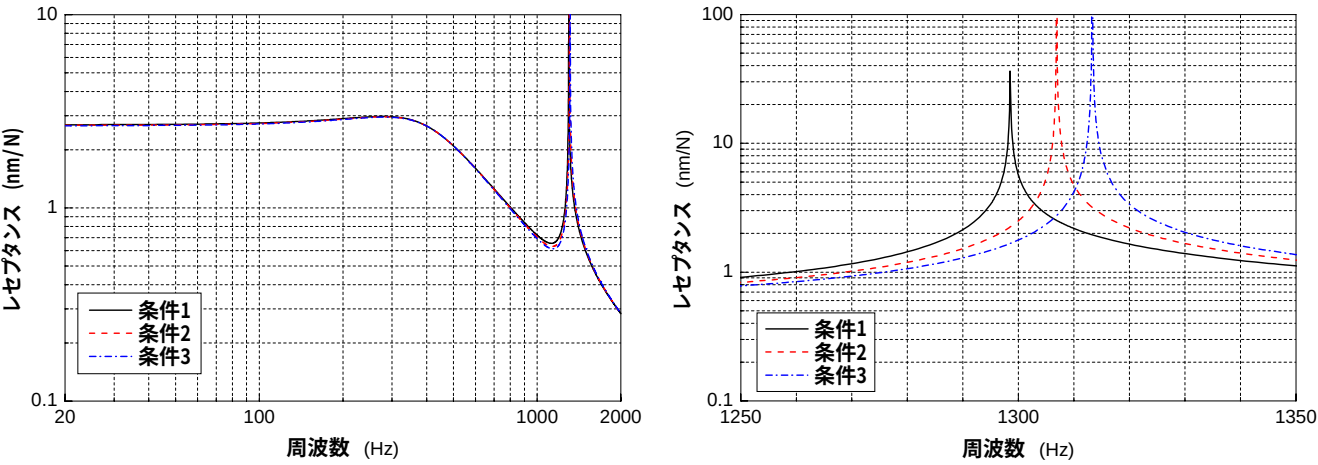
3．解析結果例

図 1 (b)のモデルによる軌道の動特性に関する解析結果の例として、表 1 に示す解析条件による解析結果を紹介する。

解析条件について、条件 1 では k_r を無視、条件 2 では k_r を考慮しており、条件 3 では L_p （解析上は k_r ）以外は条件 2 と同一としている．なお、 k_p については動的载荷時におけるばね定数の増大を考慮して一般的な軌道パッドの静的ばね定数 60MN/m の 4 倍とし、回転方向の減衰係数については考慮しないものとする。

Glassie らによる解析方法をもとにして求めた支点間中央载荷時における载荷点直下のレールのレセプタンスを図 2 に示す．図 2 (a)からは解析条件による軌道の動特性の差異はほとんど見られないが、レール締結間隔に起因する共振周波数にわずかながら違いが生じているのが図 2 (b)よりわかる。

項 目		記号	単位	数 値		
				条件 1	条件 2	条件 3
レール	質 量	m	kg/m	60.8	→	→
	曲げ剛性	EI	N・m ²	6.34×10 ⁶	→	→
軌道 パッド	鉛直ばね定数	k _p	N/m	240×10 ⁶	→	→
	減衰係数	c _p	N・s/m	98×10 ³	→	→
	長 さ	L _p	m	0.18	0.18	0.24
	回転ばね定数	k _r	N・m	0	0.648×10 ⁶	1.152×10 ⁶
レール締結間隔		l	m	0.625	→	→



(a) レールのレセプタンス (b) 1300Hz 付近拡大
図 2 支点間中央载荷時における载荷点直下のレールのレセプタンス

4．おわりに

上記の解析結果より、回転ばねの考慮の有無によって軌道の動特性の理論解析結果に大きな差異は無いこと、および軌道パッドの長さのみを変更しても軌道の動特性に大きな変化は無いことがわかる．なお、本稿では「レールー軌道パッドー路盤」の簡単なモデルについて紹介したが、まくらぎ幅の影響を考慮する場合は、まくらぎの質量やまくらぎー路盤間の鉛直ばね定数に加えて、まくらぎー路盤間の回転ばねおよびまくらぎの回転慣性を考慮すればよい。

参考文献 1) 川崎祐征：「回転ばねを考慮した軌道変形の理論解析」，土木学会第 58 回年次学術講演会第 4 部門 2) Klaus Knothe：“Gleisdynamik”，Ernst & Sohn, 2001.04, p.p.174-177 3) S. L. Grassie, et al.：“The dynamic response of railway track to high frequency vertical excitation”，Journal Mechanical Engineering Science, Vol.24 No.2, 1982 4) 森藤良夫：「等間隔でばね支持されたはりの振動の解法とレール振動への応用」，鉄道技術研究報告 No.1118, 1979.07