

N 値から杭の水平地盤反力係数の統計的評価

港湾空港技術研究所
国土技術政策総合研究所
清水建設
復建調査設計

正会員 菊池喜昭
正会員 安間 清
正会員 ○ 鈴木 誠・辻岡信也
正会員 吉浪康行

1. はじめに

単杭の軸直角方向の挙動を解析するとき、杭を弾性床上のはりとしてモデル化されることが多い。このとき、地盤の水平地盤反力を算定するために、仮想的なばねを求めることが必要となる。もっとも単純なモデルとして均一な線形ばねを考えたものから、深さ方向に変化させたもの、さらに非線形な挙動を表現するようなモデルも提案されている。ここでは、港湾の施設の技術上の基準・同解説¹⁾（以後、指針）に記載されているデータをもとに、データ数の不確定性の影響を考慮して、両対数モデルによる回帰分析を行い、仮想的なばねの変動特性を検討する。

2. 既存データと解析手法の概要

軸直角方向力を受ける単杭の挙動を解析的に推定する方法には、杭を弾性床上のはりとする港研方式¹⁾とチャンの方法がある。単純に地盤を線形弾性体と考える場合には、地盤反力 p を杭の変位 y の一次関数として、 $p = k_h y$ と表現する。ここに、 k_h は水平地盤反力係数 (kN/m^3) である。これはチャンによって提案された考え方である。一方、地盤の非線形挙動を考慮する解析法として、港研方式が提案されている。港研方式においては水平地盤反力と杭の変位の関係を、 $p = k x^m y^{0.5}$ と表現する。ここに、 k は水平地盤反力係数 ($\text{kN/m}^{3.5}$ または $\text{kN/m}^{2.5}$)、 m は指数 (1 または 0) である。港研方式では、地盤を S 型地盤と C 型地盤に分け、それぞれ水平地盤反力と杭の変位の関係から設定することになっている。

本研究では、統計的評価の方法を示すことが目的であるので、一般的であるチャンの方法から仮定される水平地盤反力係数 k_h を取り上げ、標準貫入試験 N 値との相関関係から検討する。指針では、両者のデータが図-1 のように両対数軸上に整理されている。図中に四角でプロットされているのは、その幅でしか整理できなかったことによる。

回帰の考え方は数学的に直線を最小二乗法であてはめるものであるが、ここではサンプルが抽出された元の母集団を対象としている。すなわち、図-2 のような確率密度関数のコンターで表現される母集団から得られたとする。そのため、回帰式の推定やその式を使った予測に不確定性が含まれることになる。

この k_h と N 値の両対数モデルで回帰式を推定することになるが、それぞれ常用対数をとったものを Y, X という変数で以降表現する。 $X = \log_{10} N, Y = \log_{10} k_h$ である。真の回帰式を $Y = a + bX$ と与えられたとすると、最小二乗法で推定された回帰直線は $\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}X$ となる。すなわち、ある 0 点の平均値の予測値は $\hat{\mu}_0 = \hat{a} + \hat{b}X_0$ となり、この予測誤差分散 s_e^2 は次式のようになる²⁾。

$$s_e^2 = s^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \right], \quad \text{ここで, } s^2 = \frac{1}{(n-2)} \sum_{i=1}^n (Y_0 - \hat{\mu}_0)^2 \quad (1)$$

ここで s^2 は回帰残差平方和であり、 s_e^2 は、サンプルデータから回帰式を推定するときの不確定性である。

また、個々の Y_0 の予測値は $\hat{Y}_0 = \hat{a} + \hat{b}X_0$ で表されるが、この予測誤差分散 s_e^2 は、次式で求められる。

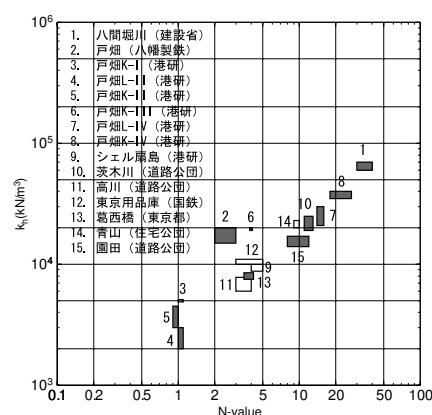


図-1 k_h と N 値の関係

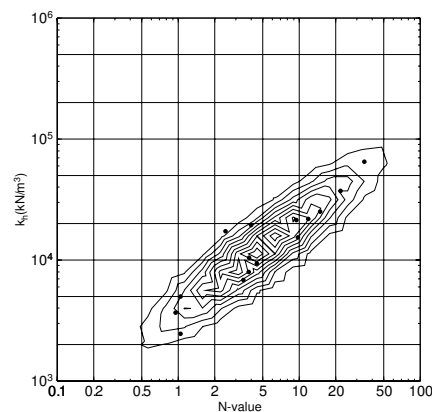


図-2 k_h と N 値の確率モデル

Key Words: 杭, 水平地盤反力係数, N 値, 統計解析, 回帰分析

〒135-8530 東京都江東区越中島 3-4-17 清水建設(株), TEL(03)3820-8305, FAX(03)3508-2196

$$s_e'^2 = s^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \right] \quad (2)$$

これは、推定された回帰式からある点の値を予測しようとしたときの不確定性である。

これらの不確定性から標本理論に基づいて計算すると、データ数 n のとき信頼水準 $(1 - \alpha)$ で両側信頼区間は次式のように表現される。

$$\mu_0 = \hat{\mu}_0 \pm t_{\alpha/2; n-2} s_e, \quad Y_0 = \hat{\mu}_0 \pm t_{\alpha/2; n-2} s_e' \quad (3)$$

ここで、 $t_{\alpha/2; n-2}$ は自由度 $(n - 2)$ の t -分布である。

3. 回帰分析結果

両対数モデルとして回帰分析した結果を図-3に示す。図中の実線は回帰式の平均値を、破線はその90%信頼区間（片側5%の危険率）を表している。また、一点鎖線は回帰式を使って予測したときの90%信頼区間を表している。回帰式の推定誤差やその式を用いた予測誤差は、 N 値の平均値でもっとも小さくなり、平均値から離れるにしたがって増加する傾向がある。今回のデータでは、 N 値の平均が4であり、このときの変動係数 δ は回帰式の平均値は0.018、それを使った予測値は0.072と非常に小さい。また、 N 値が10のときは、それぞれ0.022と0.069と若干変化することがわかった。

さて、実務設計には k_h が使われることになるので、その変動特性を把握するため、図-3を正規軸に変換する。その結果を図-4に示すが、対数軸上では小さかった変動係数も、正規軸で考えると大きく変化する。図中の線は図-3と同じ結果を表している。これより、平均値を中央値とした対数正規分布の誤差を考えると、上限値に比べ下限値の変動特性は多少小さくなるものの、大きな値となることがわかる。

対数正規分布は自然対数を対象としているため、その変動係数 δ' は、図-3の常用対数グラフで求めた変動係数 δ を用いて算定できる。

$$\lambda = \hat{\mu}_0 \ln 10, \quad \zeta = \delta \lambda, \quad \delta'^2 = (e^{\zeta^2} - 1) \quad (4)$$

この結果、 N 値の平均が4のときにも、回帰式による予測値の変動係数 δ' は0.754と非常に大きくなる。また、 N 値が減少や増加するにしたがって、変動係数は増加する傾向になることも明らかになった。たとえば、 N 値が1のときは0.804、20のときは0.817と大きくなる。

また、これらの不確定性を取り入れて、90%信頼区間の予測下限値で特性値を定義しようとする、 N 値が1~20であれば回帰式の平均値に0.91~0.93の部分係数を乗じればよいことがわかった。

4. おわりに

軸直角方向力を受ける単杭の挙動を解析するチャンの方法があり、地盤反力 p を杭の変位 y の一次関数として、 $p = k_h y$ として表現される。この水平地盤反力係数 k_h は、実務設計では N 値から回帰式を使って推定されることが多いが、回帰式の不確定性に統計的な検討はほとんどされていない。そこで、本研究ではデータ数を考慮した不確定性の評価を行った。両対数グラフで考慮している回帰式による不確定性は小さいが、実際の変動は非常に大きくなることがわかった。この傾向は、 N 値がサンプルの平均値から小さくなったり、大きくなったりするとさらに増加する。したがって、設計をするときにはこのような不確定性を十分考慮することが望まれる。

参考文献

- (社)日本港湾協会:港湾の施設の技術上の基準・同解説, 1999.
- Wonnacott:回帰分析とその応用, 田畑吉雄・太田卓雄訳, 現代数学社, 1998.

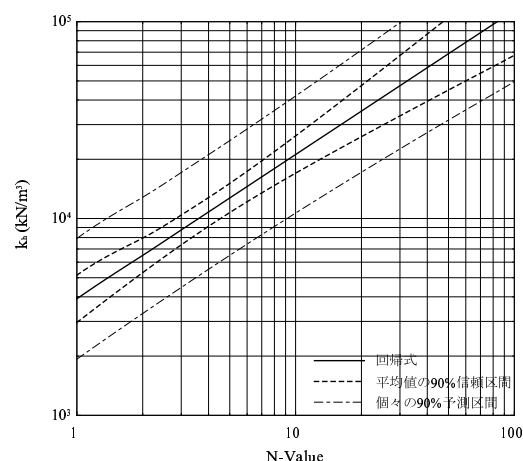


図-3 k_h と N 値の回帰分析結果（対数軸）

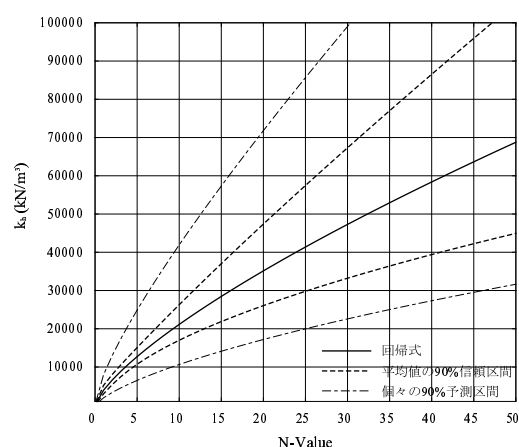


図-4 k_h と N 値の回帰分析結果（正規軸）