

Element Free Galerkin 法による液状化・流動現象の有限変形解析

鉄道総合技術研究所	正会員	○松丸貴樹
京都大学防災研究所	正会員	佐藤忠信
三星物産建設部門	正会員	文 龍

1. はじめに

地震時に発生する地盤の液状化・流動現象を予測・再現する手法として、有限要素法（FEM）に基づく有効応力解析が広く用いられているが、発生するひずみレベルが大きいことから解析解が要素分割により左右されることがある。そのため、メッシュフリー法も有効な手段になることが期待される。本研究では、2次元有効応力解析コード LIQCA2D をベースとして Element Free Galerkin 法（EFGM）¹⁾ に基づいた液状化・流動現象の有限変形解析法を提案し、斜面の流動破壊を想定した解析を通じて解析手法の有用性を検討する。

2. EFGM の概要¹⁾

EFGM の定式化手順は、支配方程式に対する弱形式を作り、近似関数を用いた剛性方程式を立てることにある。この点においては FEM と同様であり、近似関数は（形状関数）×（節点値）の和として表される。FEM では近似関数が要素を構成する節点値から作られ、形状関数が要素のタイプにより一意に決まるのに対し、EFGM では影響領域と呼ばれる評価点近傍の小さな領域内の節点値が用いられ、形状関数の決定には移動最小自乗法（MLSM）を用いるという特徴がある。まず、領域内での任意の評価点 \mathbf{x} における近似関数 $u^h(\mathbf{x})$ を次式のように表す。

$$u^h(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x})\mathbf{a}(\mathbf{x}) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $\mathbf{p}(\mathbf{x})$ は基底関数であり、 $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ は未定係数である。MLSM では次式で定義される評価関数 J を最小化させるように未定係数を決定する。

$$J = \sum_{i=1}^n w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)[u^h(\mathbf{x}) - u_i]^2 \dots\dots\dots (2)$$

ここに \mathbf{x}_i 、 n は評価点近傍に位置する節点座標、節点数であり、 $w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$ は重み関数である。式 (2) の停留条件から $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ を求めることができ、これを式 (1) に代入することで形状関数 $\phi_i(\mathbf{x})$ とその空間微分 $\phi_{i,x}$ を求めることができる。従って、MLSM で形状関数とその空間微分を求める際には、重み関数の選択が重要となる。一般に、重み関数は評価点と節点の距離の関数として表される。ここでは、4 次のスプライン関数を用いる。

3. 液状化・流動現象の解析法

液状化の有効応力解析では弾塑性力学に基づく構成式が用いられる場合が多いが、液状化以降の流体的な挙動の表現は難しいと言われている。ここでは、砂の繰返し弾塑性構成式と Newton 粘性流体構成式を組み合わせ以下に示す流・弾塑性構成式²⁾を用いる。

$$\sigma_{ij} = (1 - \alpha)\sigma_{ij}^{ep} + \alpha\sigma_{ij}^{vf} + p\delta_{ij} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 σ_{ij} は全応力テンソル、 σ_{ij}^{ep} は弾塑性体が負担する有効応力、 σ_{ij}^{vf} は粘性流体が負担する粘性抵抗応力、 p は間隙水圧、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。また、応力の負担割合を表す α は相変化制御関数と呼ばれ、有効応力減少比 $1 - \sigma'_m/\sigma'_{m0}$ の関数として次式のように定義する。

$$\alpha = 1.0 + \tanh\{31.0 \cdot (1 - \sigma'_m/\sigma'_{m0}) - 30.7\} \dots\dots\dots (4)$$

場の方程式の定式化には、Biot の二相混合体理論に基づいた土骨格の変位と間隙水圧を未知数とする $u - p$ formulation を用いており、力のつりあい式と連続式が連成したものとなっている。固相の変位と過剰間隙水圧を対象として updated Lagrange 法³⁾に基づき、EFGM により空間離散化を行う。時間積分には Newmark の β 法を用いる。また、基本境界条件の処理にはペナルティー法を用いる。

キーワード: Element Free Galerkin 法, 流動, 有効応力解析

連絡先: 〒 185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38 Tel 042-573-7261/ Fax 042-573-7248

表-1 地盤パラメータ

間隙比	圧縮指数	膨潤指数	せん断比	変相応力比	破壊応力比	塑性パラメータ		基準ひずみ		ダイレイタンス	
e_0	λ	κ	G_0/σ'_{m0}	M_m	M_f	B_0	B_1	γ_r^p	γ_r^e	D_0	n
0.42	0.01	0.001	1686.0	0.91	1.2	3500	70	0.002	0.010	1.0	4.0

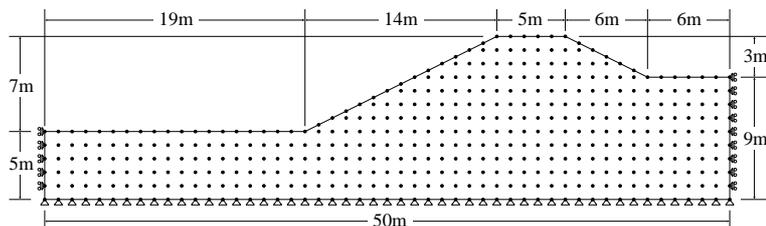


図-1 解析モデルと節点分布

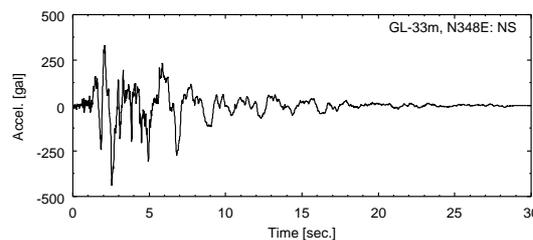


図-2 入力地震動の時刻歴

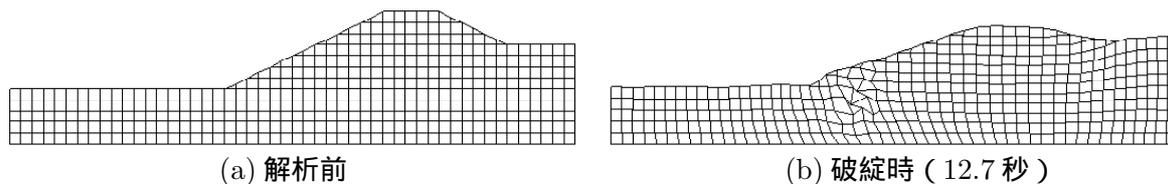


図-3 FEM の計算の破綻例

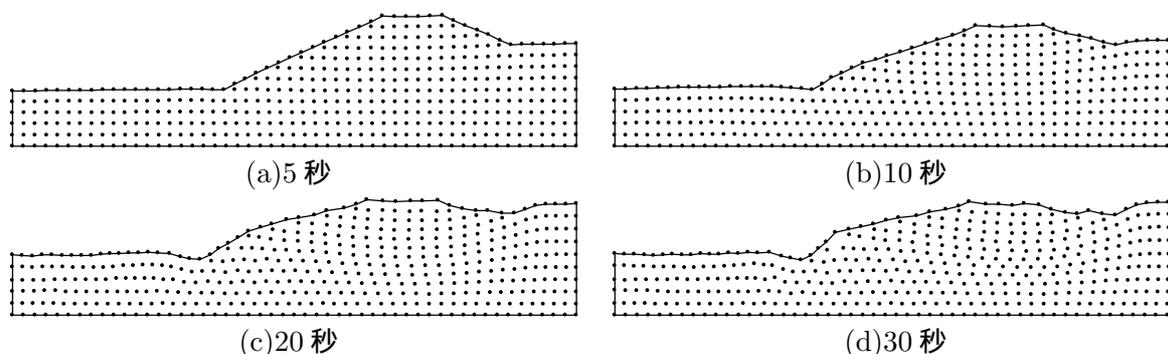


図-4 各時刻における変形図

4. 斜面の流動破壊を想定した解析

図-1 に解析対象とする斜面モデルと節点分布を示す．節点は全て均一に分布しており，総節点数は 454 点である．数値積分には正方形のバックグラウンドセルを用いるが，地盤の液状化に伴い天端が沈下し斜面が流動すると考えられるので，地表面付近と斜面一帯では一辺が 0.5m の小さなセルを用い，その他は 1.0m のセルを用いた．地盤材料は 1995 年兵庫県南部地震で大きな液状化被害を受けた神戸市東灘区深江浜の埋立砂を想定した．解析に用いる地盤のパラメータを表-1 に示す．入力地震動は，図-2 に示す東神戸大橋の近傍で観測された GL-33m での観測波形の N348E 成分を水平方向に入力する．

図-3 はこの例題を FEM により解析した例であるが，斜面先端におけるひずみの局所化により周辺の要素の体積が 0 となり，12.7 秒の時点で解析が破綻している．一方，EFGM では 30 秒間の解析が可能であった．5，10，20，30 秒後の変形図を図-4 に示す．5 秒の時点においてはほとんど変形が発生していないが，その後の液状化の発生に伴う天端の沈下と斜面の流動により，地盤が大きく変形していく様子が見えてくる．

5. 結論

本研究では，EFGM を用いた液状化・流動現象の有限変形解析法を提案し，斜面の流動破壊を想定した解析を行った．FEM では計算が破綻するような液状化発生に伴う流動過程を，EFGM では解析することができた．

参考文献

- 1) Belytschko, T., Lu, Y. Y. and Gu, L.: Element-free Galerkin methods, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, No. 37, pp. 229-256, 1994.
- 2) 佐藤忠信, 文龍, 渦岡良介: 傾斜地盤の液状化・流動過程のシミュレーション, 土木学会論文集 No. 722, III-61, pp. 109-119, 2002.
- 3) Di, Y. and Sato, T.: FEM-FDM coupled method for saturated soil analysis considering large deformation, 第 26 回地震工学研究発表会講演論文集, pp. 193-196, 2001.