

Smoothed Particle Hydrodynamics 法による浸透破壊解析に及ぼす密度の影響

名古屋工業大学 学生員 坂井 守
 名古屋工業大学 正会員 前田 健一

1. はじめに

地盤材料のような離散性材料の変形・破壊挙動は変形の局所化や流動変形を伴う。また間隙には水や空気等の異なる相が介在する。このような流体相の存在が離散性材料の変形や破壊を複雑にしている。浸透模型実験によって、気相の存在と発達・移動が地盤を劣化させることから固・液・気相3相の相互作用の重要性が指摘されている¹⁾。実際の浸透破壊を考える上で注目すべき結果である。本報告では、SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)を用いることで個別要素法のような離散要素解法と有限要素法に代表される連続体解法を融合させた解析手法の開発を試みた。本報告では、密度の異なる地盤の浸透破壊現象についての解析を行った。

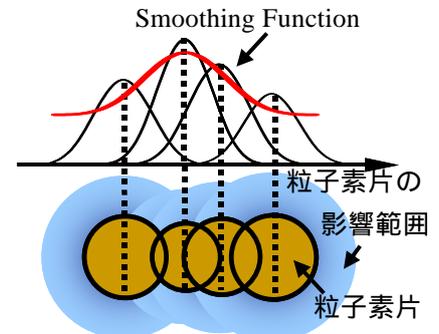


図-1 SPHによる物理量分布の表現

2. 解析方法

2.1 SPHの概要 SPHはLagrangian的計算手法である。個別要素法(DEM)のように個々の実際の粒子に着目するのではなく、粒子群で形成され重なり合って存在する連続体素片(図-1参照)に着目し、その個々の素片(計算粒子素片:半径 h)に対して運動方程式を計算する(DEM的計算)。素片は、例えば、土については土粒子個々ではなく土塊、水については水分子ではなく水の塊を意味する。したがって、多くの粒子からなる系の解析が容易に実行でき、またLagrangian的に取り扱うので素片同士のすべり、剥離、局所化、多相系の混合や相互作用などの離散的挙動の表現が可能となる。粒子素片には、任意の構成式や状態方程式を取り込むことが容易である(FEM的計算)。素片は互いに重なりあってその集合体として相を記述し、物理量は粒子素片中心と共に移動する。位置 \mathbf{x} での物理量 $f(\mathbf{x})$ の平均値 $\langle f(\mathbf{x}) \rangle$ は、粒子素片の影響範囲内 \mathbf{x}' で平均化関数(Smoothing Function) W によって以下のように表す(図-1参照)。

$$\langle f(\mathbf{x}) \rangle = \int W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' = \int W(r, h) f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (1)$$

ただし、

$$\int W(\mathbf{x}', h) d\mathbf{x}' = 1 \quad (2)$$

各粒子素片の物理量を考える場合、その影響範囲として半径 $2h$ を考え、関数 W に以下のような3次のB-spline関数を用いた。

$$W = \frac{15}{7\pi h^2} \begin{cases} 2/3 - S^2 + S^3/2 & 0 \leq S < 1 \\ (2-S)^3/6 & 1 \leq S < 2 \\ 0 & 2 < S \end{cases} \quad (2 \text{ 次元}) \quad (3)$$

ただし、 $S = x/h$ である。ここで x は着目素片 a の重心からの距離を表す。

2.2 連続式と運動方程式のSPHによる表記 連続条件(質量保存)は次式のように計算ステップ毎に各粒子素片の密度を周辺粒子のdivergenceから計算することで満たされる。

$$\frac{d\rho^{(a)}}{dt} = \sum_b m^{(b)} \mathbf{v}^{(ab)} \cdot \nabla^{(a)} W^{(ab)} \quad , \quad \mathbf{v}^{(ab)} = \mathbf{v}^{(a)} - \mathbf{v}^{(b)} \quad (4)$$

添字 (a) , (b) は粒子素片の番号を意味する。

密度は(1)式を用いて求めることもできるが、自由表面を有する場合には(4)式を用いた方が正確な値が算出される。

粒子素片 (a) の運動方程式は、流体相についてはN-S方程式を参考に以下のように表される。

$$\text{(流体相)} \quad \frac{d\mathbf{v}^{(a)}}{dt} = - \sum_a m^{(b)} \left(\frac{p^{(a)}}{\rho^{(a)2}} + \frac{p^{(b)}}{\rho^{(b)2}} \right) \nabla^{(a)} W^{(ab)} + \sum_a \frac{m^{(b)} (\mu^{(a)} + \mu^{(b)}) \mathbf{v}^{(ab)}}{\rho^{(a)} \rho^{(b)}} \left(\frac{1}{r^{(ab)}} \frac{\partial W^{(ab)}}{\partial r^{(a)}} \right) + \mathbf{F}^{(a)} \quad (5)$$

キーワード 浸透破壊, 相互作用, SPH, 変形, 密度, パイピング

連絡先 〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町 名古屋工業大学 Tel.&Fax.052-735-5497

(固体相)

$$\frac{dv_i^{(a)}}{dt} = -\sum_{b=1} m^{(b)} \left(\frac{\sigma_{ij}^{(b)}}{\rho^{(b)2}} + \frac{\sigma_{ij}^{(a)}}{\rho^{(a)2}} \right) \frac{\partial W^{(ab)}}{\partial x_j^{(a)}} + \mathbf{F}^{(a)} \quad (6)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{(a)} = \frac{1}{2} \sum_{b=1} \left[\frac{m^{(b)}}{\rho^{(b)}} (v_i^{(b)} - v_i^{(a)}) \frac{\partial W^{(ab)}}{\partial x_j^{(a)}} + \frac{m^{(b)}}{\rho^{(b)}} (v_j^{(b)} - v_j^{(a)}) \frac{\partial W^{(ab)}}{\partial x_i^{(a)}} \right] \quad (7)$$

ここで、 σ_{ij} , $\dot{\epsilon}_{ij}$, $\mathbf{F}^{(a)}$ はそれぞれ応力、ひずみ、物体力を表す。この手法は動的陽解法であるので、固体相では計算の安定化のために局所的粘性（仮定のダンパー）を導入している。また本研究では自由表面の伝播、相転移や剥離現象の再現を目的としているため全ての相に SPH を適用する。土からなる固体相と水および空気からなる流体相を別々のレイヤー上で表現し、重ね合わせることにより3相系の解析とした。固体相と流体相との重ね合わせの際には両者の間に間隙率 n と透水（気）係数 k を考慮した以下の相互作用力 \mathbf{f}_{sf} を適用した。

$$|\mathbf{f}_{sf}| = n \frac{\rho_f g}{k} |(\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_f)| \quad (8)$$

ここで、 \mathbf{v}_s , \mathbf{v}_f はそれぞれ固体相（レイヤー） 流体相（レイヤー）上の粒子素片の速度ベクトルである。

2.3 粒子素片の運動の解法 素片の初期の質量と密度から各素片の半径 h (体積) を更新し、連続の式(式(4))から密度分布を計算する。応力 密度の関係(土の構成式、流体の状態方程式)を適用し、各点の応力を求める。応力勾配を計算し、運動方程式から粒子素片の加速度を求め粒子素片の運動を計算する(式(5)~(7))。また、境界には仮想粒子を数層並べ、それらの物理量の設定方法は差分法の仮想格子(セル)の方法にならった。

3. 解析結果および考察

図-2.3 は砂地盤の矢板周りのパイピング現象に及ぼす地盤密度の影響を解析した結果である。密度が低い場合、限界水位差に達すると矢板周辺で地盤の変状が生じ浸透破壊に至る過程が再現されている(図-2)。同じ水位差でも密度が高い場合には地盤は変形しないという結果を得た(図-3)。図-4,5 は速度ベクトルの分布を表している。破壊しない場合(図-5) 流れ場に乱れは見られない。一方、破壊する場合(図-4) 矢板周り及び上流側に流れ場に乱れが見られ、局所的に流速が大きいことが分かる。今後、三相系の浸透破壊^{1),6)}を示す。

参考文献:1)小高猛司,浅岡顕, 土木学会論文集, **487/** -26, 129(1994). 2)J.J. Monaghan, Computer Physics Communications, **48**, 89(1988). 3)W. Benz and E. Asphaug, Computer Physics Communications, **87**, 253(1995). 4)Joseph P. Morris,Patrick J. Fox,and Yi Zhu, Journal of Computational Physics, **136**, 214(1997). 5)M.A.Biot, J. Appl. Phys., **12**, 152(1941). 6)溝口洋一,坂井守,前田健一、第39回地盤工学研究発表会講演集,(2004) (掲載予定)

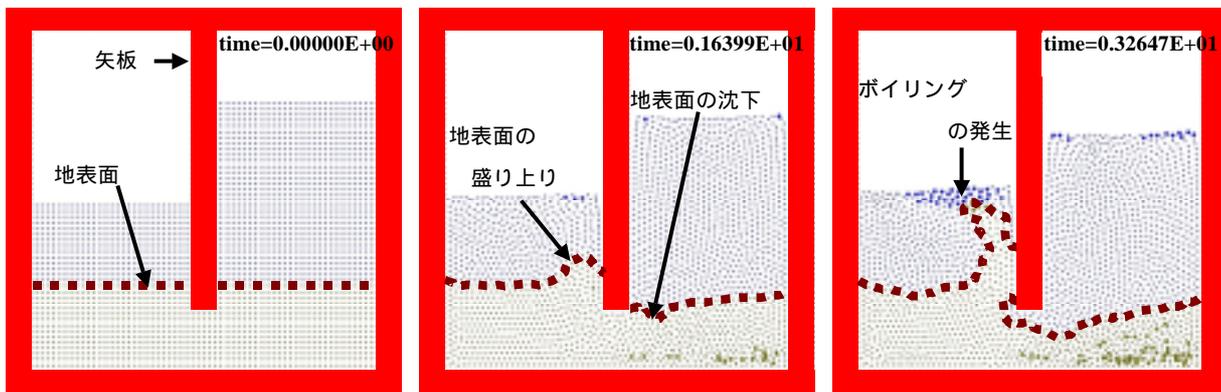


図-2 浸透破壊解析結果(Loose)

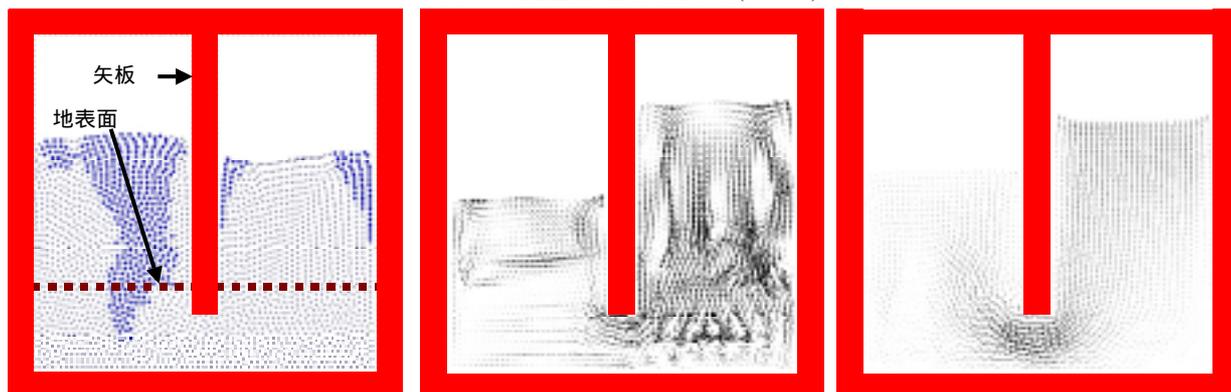


図-3 浸透破壊解析結果(Dense)

図-4 流速ベクトル分布(Loose)

図-5 流速ベクトル分布(Dense)