

不均質場における物質移行解析手法開発

東京大学 学生会員 門田 保彰
東京大学 正会員 井上 純哉

1. 背景, 目的

旧来, 物質移行は次の拡散方程式 (式 (1))

$$\frac{\partial C}{\partial t} = K \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - V \frac{\partial C}{\partial x} \quad (1)$$

に従うとされていた。ここで, C は物質の濃度, V は地盤中の水の平均流速, K は拡散係数を表すものとする。しかし, 拡散方程式では分散の大きな拡散を正確に表すことができないことが示されている。Gelhar¹⁾によると, 拡散係数には移行距離に比例して大きくなるという性質が存在し, 考慮される領域全体に関する到達時間と濃度を正確に表すことができないことが示されている。そのため, 局所的な吸着や化学反応などを正しく組み込むことができず, 物質移行問題に拡散方程式を適用することはできないことがわかる。

そこで本研究では, 不均質性を含む領域全体について物質の到達時間と濃度を正確に把握できる手法を開発, 提案し, さらにこの手法と既往の実験の結果の比較によって手法の妥当性を検証することを目的とする。

2. 提案する手法

本研究では拡散方程式に変わる, 不均質場における物質移行を評価し, 到達時間を求めることを可能にする手法を提案する。

本研究では物質移行における拡散を二通りのスケールで考慮する。一つはマクロの視点で見た地盤中の不均質性による拡散である“構造による拡散”であり, もう一つはミクロレベルで物質が砂粒子をさけるように移行することにより起こる拡散を示す“砂粒子レベルの拡散”である。本研究においては, この二つの拡散を次のようにして考慮するものとする。構造による拡散はマクロ的な構造を反映するために流線によって表すものとする。流線は以下の式 (2) より水頭変化を計算し, 式 (3) を微小区間に関して繰り返し利用し計算することによって求められる。なお, この計算にはエレメントフリーガラーキン法を用いるものとした。以下の式で, h は水頭, k は透水係数, ds を微小区間の長さ, \mathbf{x}' を微小区間後の流線の位置を表すものとする。

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\mathbf{k} \frac{dh}{d\mathbf{x}} \right) = \nabla(k \nabla h) = 0 \quad (2) \quad \mathbf{x}' = \mathbf{x} + ds \cdot \begin{matrix} -\mathbf{k} \frac{dh}{d\mathbf{x}} \\ \left| -\mathbf{k} \cdot \frac{dh}{d\mathbf{x}} \right| \end{matrix} \quad (3)$$

砂粒子レベルにおける拡散は, 微小区間の物質到達時間を確率密度関数で定義することで表す。確率密度関数を定義するには, 均質場における到達時間と比較することで行う。得られた確率密度関数を用い, 次式 (4) を積分することで不均質場における物質移行時間の分布を求まる。

$$R(\mathbf{s}, t) = \int \int_0^t \psi(\mathbf{s} - \mathbf{s}', t - \tau) R(\mathbf{s}', \tau) d\tau ds' \quad (4)$$

式 (4) において, $R(\mathbf{s}, t)$ は位置 \mathbf{s} における物質の濃度を時間の関数として表したもので, $\psi(\mathbf{s}, t)$ は移行に関する確率密度関数である。また, 縦方向の拡散と比較し横方向の拡散は小さいことが知られているため, 物質移行を考慮するには, 上式 (4) を流線についてのみ積分すればよいということがわかる。

3. 既往の実験

本研究において, 手法の妥当性を検証するために, 本手法で求めた結果を既往の実験結果²⁾と比較するものと
キーワード 物質移行, 不均質性, 到達時間, 拡散, 地層処分

連絡先 〒135-8656 東京都文京区本郷7丁目3番地1号 東京大学工学部土木工学科応用力学岩盤研究室 TEL 03-5841-7455

する．ここでは比較対象とした Belkowitz の実験について紹介する．

砂を詰めることによって図3に示すようなブロックを土層に作り，不均質場を作る．黒いブロックは透水係数0.5，白いブロックは透水係数0.014とする．このブロックの大きさは縦1.5cm×横3cmであり，土層の大きさは縦45cm×横86cmである．この不均質場と透水係数0.5の砂のみを敷き詰め作った均質場にトレーサー試験をする．下に示す図1は均質場におけるトレーサー試験の様子を，図2は不均質場におけるトレーサー試験の様子を示したものである．

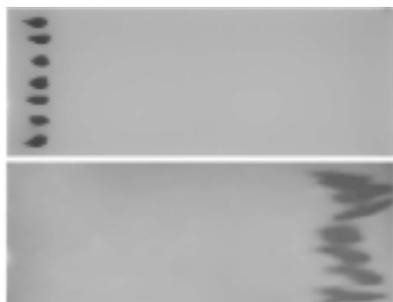


図1 均質場における実験

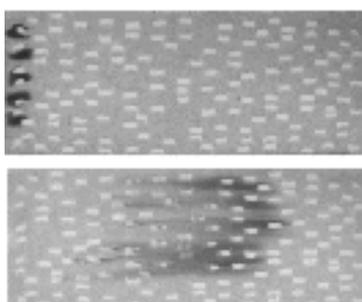


図2 不均質場における実験



図3 計算に用いた不均質場

4．結果と検証

微小区間の物質到達時間を確率密度関数で次の式(5)のように定義するものとした．前節で示した実験の均質場における到達時間と比較することで，定数 α, β を求めた．式(5)中では， ds は微小区間の長さ， t は時間， V は平均流速とする．

$$\phi(ds, t) = A' \exp\left(-\left(\frac{1}{V \cdot t}\right)^\alpha\right) \cdot (V \cdot t)^{-1-\beta} \quad (5)$$

以下に前節で示した実験と，本研究で行った計算の結果を比較する．計算には図3で示した不均質場を利用した．図4，図5はそれぞれ均質場，不均質場において実験結果と計算による結果を比較したものである．

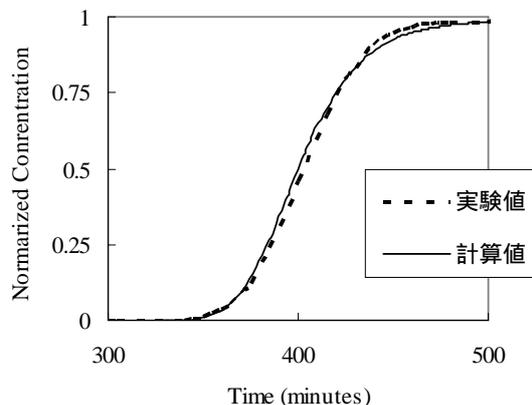


図4 均質場での累積到達時間分布

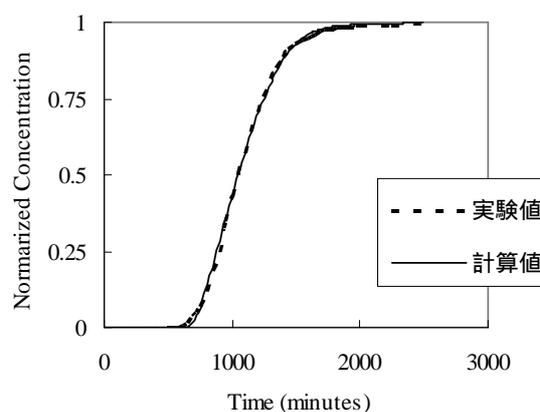


図5 不均質場での累積到達時間分布

図4、5を見ると計算結果が実験値とほぼ同じ値となっている．以上より，本手法の妥当性を示せた．

5．結論

以上本研究では，不均質性を含む場において物質移行を正確に記述するという目的として計算を行った．その結果，マクロレベルの拡散は流線を利用し，ミクロレベルの拡散は確率密度関数によって記述することによって物質移行問題を正確に解くことが可能となることが示せた．

参考文献

- 1) L. W. Gelhar, C. Welty, K.R.Rehfeldt : A Critical Review of Data on Field-Scale Dispersion in Aquifers 1992
- 2) M.Levy, B.Berkowitz : Measurement and analysis of non-Fickian dispersion in heterogeneous porous media 2002