

## 地盤の地震応答解析に与える数値積分手法の影響

防災科学技術研究所 正会員 酒井久和  
 応用地質 正会員 吉田望 京都大学 正会員 澤田純男

## 1 はじめに

地盤の非線形地震応答解析では逐次積分に基づく数値積分法が理論的により厳密であるとされている。この方法では、数値積分の手法と不釣合力の考え方に特徴が現れる。ここで不釣合力は、各増分計算の始めの段階で仮定した剛性を用いて得られる外力と、非線形を考慮した応力変化から求められる内力（応力から求めた等価節点力）の間の差である。

数値積分手法では Newmark の $\beta$ 法、Wilson の $\theta$ 法、中央差分法などが実用的に用いられるが、中央差分法を除けば不釣合力が発生する。数値積分によっては不釣合力を生じなくするスキームもある<sup>1)</sup>が実用的には後者の二つもよく用いられている。

不釣合力の扱いもいくつかある。一つは不釣合力を無視する方法である。すると内力と外力は釣り合わないが、地震応答解析のように正負交番の載荷では方向により不釣合力の符号が反対になるので全体としての不釣合力は大きくならない事が背景にあると考えられる。また、数値計算上やむを得な時もある（例えば極端な次数低減積分を行い応力から等価節点力が求められない時）。次の方法は、不釣合力を次の増分計算に持ち越す方法である。この場合には各増分では内力と外力は釣り合わないが、全体としての不釣合力は余り大きくならない。ただし、除荷時に大きな不釣合力が発生する可能性があり、パルス的な応答や数値計算の不安定化を発生させる事もある<sup>2)</sup>。最も厳密な方法はイタレーションなどを行って不釣合力を解消させる方法であるが、計算時間が多くかかるという欠点もある。

表1 計算手法一覧

予測子・修正子	非線形	不釣合力
1 Wilson の $\theta$ 法	初期応力法	持ち越し
2 Wilson の $\theta$ 法	初期応力法	イタレーション+持ち越し
3 Newmark の $\beta$ 法	初期応力法	次に持ち越し
4 Newmark の $\beta$ 法	初期応力法	イタレーション+持ち越し
5 Newmark の $\beta$ 法	接線剛性法	持ち越し
6 Newmark の $\beta$ 法	接線剛性法	無視

キーワード 地震応答解析，不釣合力，Newmark の $\beta$ 法，Wilson の $\theta$ 法

連絡先 〒651-0073 神戸市中央区脇浜海岸通1-5-2 ひと未来館4F 防災科学技術研究所 TEL 078-262-5530

これらの方法はいずれも実計算で用いられるが、各種の扱いの影響は必ずしも明瞭とはいえないので、ここでは特に例題を通じてその影響を検討する。

## 2 計算手法と計算ケース

数値積分法は Wilson の $\theta$ 法 ( $\theta=1.37$ ) と Newmark の $\beta$ 法 ( $\beta=0.25$ ) である。非線形に関しては、増分前の接線剛性を用いる接線剛性法、初期剛性を用いる初期応力法を採用する。表1に計算手法をまとめて示す。なお、不釣合力の項で持ち越しというのは残った不釣合力を次の増分計算の外力項に考慮する方法、イタレーションは4回のイタレーションを行うことを意味する。また、無視は不釣合力を考慮しない方法である。

## 3 計算結果と考察

まず基本的な性状を把握するために、せん断波速度200m/s、単位体積質量 $1.6t/m^3$ 、深さ40mの均質な地盤を考える。応力-ひずみ関係は Hardin-Drnevich モデル（最大減衰30%、基準ひずみ0.1%）とし、入力地震動として周期1秒、振幅 $5m/s^2$ の正弦波を1波作用させ20秒間数値積分を行う。なお、この入力波は実際にはいくつもの周波数成分を含んでいる。

図1に初期応力法を用いた解析における入力と地表の Fourier スペクトルの振幅の比を示す。ここで、NMK は Newmark の $\beta$ 法、WIL は Wilson の $\theta$ 法を表し、It はイタレーションの回数でこの解析ではイタレーションは行っていない。 $\Delta t$  は積分の時間間隔である。また、SHAKE による解析も示している。

SHAKE と他の方法に大きな差があるが、これは1波の間に非線形が起こる現象であるのに対して SHAKE では非線形を考慮して最初から小さい剛性と大きい減衰を用いているため、SHAKE の欠点が大きく現れる様な問題といえる。

残りの結果はそれぞれ似ており大きな差はないが詳細を見ると、 $\Delta t=0.01$ 秒と0.001秒のケースで結果が分かれている。また、予測子として Newmark の $\beta$

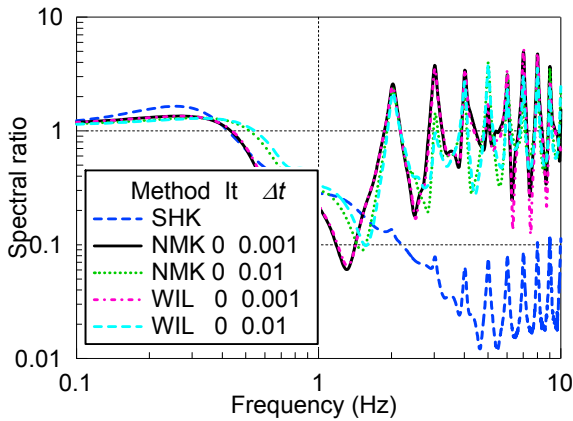


図1 正弦波入力時のスペクトル比（地表/入力）

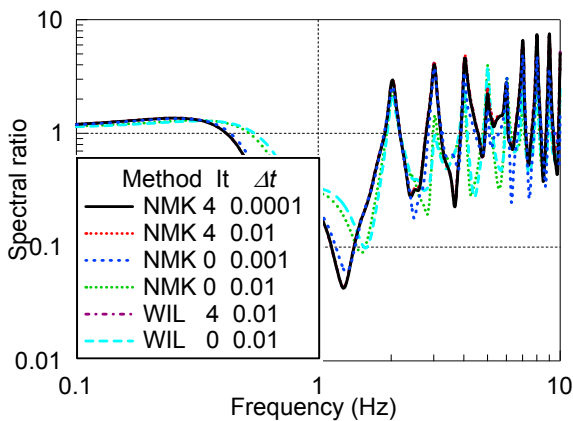


図2 正弦波入力時のスペクトル比（地表/入力）

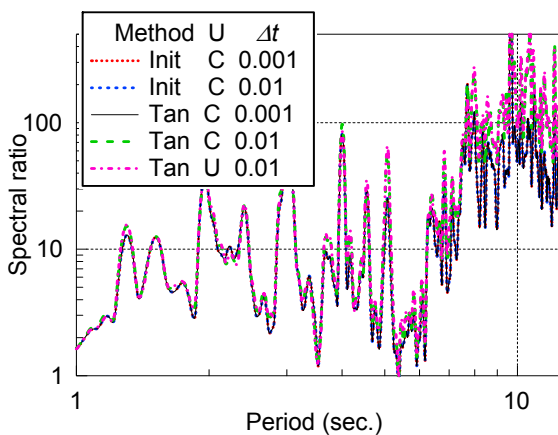


図3 地震波入力時のスペクトル比（地表/入力）

法を用いたケースと Wilson の  $\theta$  法を用いたケースでは  $\Delta t=0.01$  秒の場合に若干差が見られるが時間増分の違いによる差に比べれば小さい。  $\Delta t=0.001$  秒の場合には 5Hz 以上の高振動数成分で Wilson の  $\theta$  法の増幅が小さいがそれより低周波数側では差はほとんどない。

図2は同じ問題に対してイタレーションの有無の影響を比較している。Newmark の  $\beta$  法で  $\Delta t=0.0001$  秒としたケースを仮に正解とすると、イタレーションを行っていない  $\Delta t=0.01$  秒のケースのみがやや異なる

応答をしている以外はどれもほぼ同じといえる。初期応力法でイタレーションを行わないというのは非線形解析の立場からは相当に荒い方法で実用で使われることは無いと考えられる方法であるが、それでも  $\Delta t=0.001$  秒では他のケースと同じ様な応答をしているのは着目される。

次に、文献3)のモデル、地震動を用いた解析を行う。なお、文献3)では双曲線モデルを用いているが、ここでは最大減衰比30%の Hardin-Drnevich モデルを用いている。図3に解析結果を示す。ここで、Init は初期応力法を用いた解析（イタレーション回数は4回）、Tan は接線剛性を用いた解析である。また、U は不釣合力考慮の有無で、C は次のステップに持ち越しているのに対して U は無視している。

どの応答も良く似ており、区別するのは困難であるが、詳細に見ると  $\Delta t=0.01$  秒と 0.001 秒のケースで 8Hz 以上の成分に差が見られ、  $\Delta t=0.01$  秒の方が大きな値となっている。これは、ここで用いた積分法では各ステップでインパルス応答を求めているがその影響が時間増分が異なると現れるためと考えられる。

#### 4 まとめ

地震応答解析における数値計算の精度について検討した結果、次のようなことが分かった。

数値積分法や不釣合力の考慮の有無により計算結果は若干異なるがその差は大きくない。

数値積分間隔を小さくすることで差を小さくすることができる。

Wilson の  $\theta$  法は高振動数成分で大きな減衰を示す。

なお、本計算では最大ひずみは1%未満であり、非線形性が極端に著しいケースではない。最後に、本研究は科学技術振興調整費「地震災害軽減のための強震動予測マスターモデルに関する研究」に基づいて実施したものである。

#### 参考文献

- 1) 酒井久和, 澤田純男, 土岐憲三: 収束計算を行わない動的的非線形 FEM のための時間積分法, 土木学会論文集, No.507, pp.137-147, 1995
- 2) 吉田望 (1998): 有効応力解析は実現象をシミュレート出来るか, 建築基礎の設計施工に関する研究資料4、液化化地盤における基礎設計の考え方、日本建築学会構造委員会基礎構造運営委員会編、日本建築学会、pp. 47-92
- 3) Yoshida, N., Sawada, S., and Nakamura, S. (2004): Accuracy of Dynamic Response Analysis of Ground by Means of Damping and Nonlinear Characteristics, Proc. 11th ICSDEE and 3rd ICEGE, Berkeley, USA, Vol. 1, pp. 126-133