

粒子接点の発生・消滅に関する一考察

鹿児島大学大学院 学生会員 ○ 荒木 功平

鹿児島大学大学院 学生会員 牛嶋 國雄

鹿児島大学大学院 正会員 北村 良介

立命館大学 COE 推進機構 正会員 酒匂 一成

1. はじめに

北村は砂質土のような粒状体の土粒子レベルでの力学挙動に着目し、粒状体の数値力学モデル（以下、北村モデルと称する）を提案している¹⁾。北村モデルでは、粒子接点での接点角の連続的な変化にはマルコフ過程を適用している。粒子接点の発生・消滅という不連続な挙動に対しては、実験的に求められるパラメータを採用していた。

本報告では、北村モデルにおける粒子接点の不連続な挙動を評価するパラメータの改良を目指し、考察を加えている。

2. 接点数変化率～エネルギー関係の導出²⁾

粒状体内に存在する接点の総数 N_c は式(1)、(2)で算出される。配位数 C_a は間隙比と密接に関係しているといわれており、Field³⁾は実際の礫を使って、粒度配合、粒形の違いに左右されない関係を式(3)で示した。

$$N_c = \frac{1}{2} \cdot C_a \cdot \frac{V_s}{\bar{V}} \quad (1)$$

$$C_a = \frac{12}{1+e} \quad (2)$$

C_a : 配位数, V_s : 粒状体の土粒子部分の占める体積,

e : 粒状体の間隙比, $\bar{V}$: 粒子1個あたりの平均体積
式(3)は式(1)、(2)より得られる粒子接点数を示している。破碎性の無視できる粒子の場合 $\bar{V}$ は一定と考えられる。 $N_c(s)$, $e(s)$, $V(s)$ は応力状態 s での接点数, 間隙比, 粒状体の体積を表している。

$$N_c(s) = \frac{6V_s^2}{V(s) \cdot \bar{V}} \quad (3)$$

土粒子部分の占める体積 V_s は一定である。ここで、式(4)のように元の接点数 $N_c(s)$ に対して応力状態が

Δs 変化した際における接点数の変化量の割合を接点数変化率 dR_v と称する。

$$dR_v = \frac{N_c(s) - N_c(s + \Delta s)}{N_c(s)} \quad (4)$$

式(4)に $V(s + \Delta s)$ と $V(s)$ の差を dV として、式(3)を代入すると式(5)が得られる。

$$\frac{dR_v}{1 - dR_v} = \frac{1}{V(s)} dV \quad (5)$$

$1 \gg dR_v$ として両辺を積分すると、式(6)が得られる。

$$R_v = \ln V(s) + C \quad C: \text{積分定数} \quad (6)$$

粒状体の初期状態 ($s = 0$) では $R_v = 0$ より、 $C = -\ln V(0)$ であるので、

$$R_v = \ln \frac{V(s)}{V(0)} \quad (7)$$

したがって、接点数変化率はある応力状態の粒状体の体積と関連づけられることがわかる。

全粒子接点のエネルギーの総和を W 、粒状体中の個々の接点（接点番号： $k = 1, \dots, N_c$ ）における粒子間摩擦により消費されるエネルギーを W_k としたときそれぞれ s の関数として表すと式(8)のようになる。

$$W(s) = \sum_{k=1}^{N_c(s)} W_k(s) \quad (8)$$

接点番号 k におけるエネルギー増分を dW_k とすると、個々の粒子接点におけるエネルギーの平均 $\mu_{W(s)}$ は式(9)により表される。

$$\mu_{W(s)} = \frac{1}{N_c(s)} \sum_{k=1}^{N_c(s)} W_k(s) \quad (9)$$

また、 s のときのエネルギーをもつ接点を増やし（減らし）、増えた（減った）分の接点で除したエネルギー

粒状体力学 体積変化 エネルギー

〒890-0065 鹿児島県鹿児島市郡元1丁目21-40 工学部 北村研究室 Tel.099-285-8473

ーは同様に平均値を示すことから，式(10)が成立する。

$$\mu_{W(s)} = \frac{1}{N_c(s+\Delta s)} \sum_{k=1}^{N_c(s+\Delta s)} W_k(s) \quad (10)$$

巨視的なエネルギーと接点数との間には式(11)が成り立つ。

$$W(s) = N_c(s) \mu_{W(s)} \quad (11)$$

応力状態が s から $s+\Delta s$ に変化した際のエネルギー増分 dW は式(12)により表される。

$$dW = \sum_{k=1}^{N_c(s+\Delta s)} dW_k - W(s) dR_v \quad (12)$$

ここで，次のように設定したパラメータ λ を用いる。

$$\lambda dW = \sum_{k=1}^{N_c(s+\Delta s)} dW_k \quad (13)$$

式(12)で $dR_v=0$ のとき， $\lambda=1$ （式(5)および式(12)より圧縮過程なら $dR_v<0$ より $\lambda<1$ ，膨張過程なら $dR_v>0$ より $\lambda>1$ ）であることがわかる。式(13)を式(12)に代入すると，式(14)が得られ，両辺を積分すると式(15)となる。

$$dR_v = \frac{(\lambda-1)}{W(s)} dW \quad (14)$$

$$R_v = (\lambda-1) \ln W(s) + C' \quad C': \text{積分定数} \quad (15)$$

3. 三軸圧縮試験データの適用

二重セル型の三軸試験装置を用い，圧密排水条件で試験⁴⁾を東九州自動車道清武 IC（宮崎県）付近の盛土から採取した攪乱した二次しらすを用いて行った。表-1 に試験に用いた試料の物理試験結果を示す。供試体の寸法は， $\phi 50\text{mm} \times 100\text{mm}$ で，自然含水比で締固め度を $D_c=80,90,100\%$ の 3 種類に変えて作製した。図-1 は拘束圧 $\sigma_c=30, 60, 120 \text{ kPa}$ の軸圧縮せん断試験の最大軸差応力に達するまでの体積～エネルギー関係を示している。

図-1 より， $\ln W$ がゼロまでは R_v はほぼゼロであることがわかる。そして， $\ln W$ がゼロより大きくなると徐々に傾きが増加し始めることがわかる。そして，軸差応力がピーク値に達するのは $\ln W$ が 2.5 のあたりであることがわかる。また， $D_c=80\%$ ， $\sigma_c=120 \text{ kPa}$ と $D_c=90\%$ ， $\sigma_c=30 \text{ kPa}$ を除くとどの $R_v \sim \ln W$ 関係もほぼ同じような経路をとっていることがわかる。

4. おわりに

接点数変化率が体積やエネルギーと関係があることがわかった。今後の課題として，体積変化の精度をよりよく求める試験装置の開発が望まれる。そして，接点数変化率～エネルギー関係におけるパラメータの材料依存性について考察を行う必要がある。

表-1 物理特性
(清武しらす)

土粒子密度 g/cm^3	2.52
自然含水比 %	25
最適含水比 %	31
最大間隙比	1.65
最小間隙比	1.03
最大乾燥密度 g/cm^3	1.26

締固め試験は JIS A 1210 B-c 法を用いた。

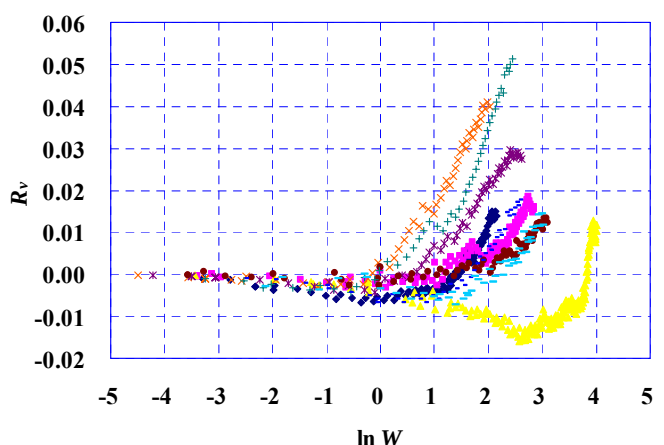


図-1 清武しらすの接点数変化率～仕事量関係

【参考文献】

- 1) 北村良介：マルコフ過程を用いた粒状体の力学，科研費報告書(No.60550355)，1987。
- 2) 荒木功平ら：粒状体の数値力学モデルにおける粒子接点の発生・消滅，応用力学論文集 Vol.7（投稿中）。
- 3) Field, W.G.: Towards the statistical definition of a granular mass, Proc. 4th A. and N.Z. cont. on Soil Mech., pp.143-148, 1963.
- 4) 牛嶋國雄ら：不飽和しらすのせん断強度特性，第38回地盤工学研究発表会，pp.1339-1340, 2003。