

密度混合流に対する各種計算スキームの保存性と数値拡散の評価

松江高専専攻科

学生員 ○小畑めぐみ

松江高専 環境・建設工学科

正会員 木村 一郎

四日市大学 環境情報学部

非会員 千葉 賢

1. 目的

河口や汽水湖などの水理環境は、潮汐、河川流、風力、塩分濃度、水質などの各要素が複雑に絡み合い、特有な現象を呈する。このような流れ場においても数値解析手法が有効である点には疑う余地は無いが、各要素のモデル化が必要であり、全体的な精度向上は容易ではない。一方、水域の環境指標に関しては基準値が設けられ、濃度がこれ以下となることが要求される。従って、解析モデルは現象の定性的な挙動を追跡できるだけでは到底十分とはいえず、定量的な予測精度を実用レベルまで引き上げることが求められている。これをふまえ、本研究は密度流場の環境水理シミュレーションモデルを組み立てていく上で最も基礎となる流れと密度輸送方程式の計算スキームに関して、単純な密度混合場を対象に、保存性と数値拡散効果に関する検討を行う。

2. 数値解析モデル

数値解析モデルは移動一般曲線座標系とし、Boussinesq 近似を用いた次の基礎式系を用いる。

$$[\text{連続式}] \quad \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial V^a}{\partial \xi^a} = 0 \quad (1)$$

$$[\text{運動方程式}] \quad \frac{\partial V^i}{\partial t} + \nabla_j [V^i (V^j - W^j)] + V^i \nabla_j W^j + V^j \nabla_j W^i = \frac{\rho}{\rho_0} G^i - \frac{1}{\rho_0} g^{ij} \nabla_j p + \nabla_j \left[-\bar{v}^i v^j \right] + 2\nabla_j e^{ij} \quad (2)$$

$$[\text{濃度輸送式}] \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla_j [\rho (V^j - W^j)] + \rho \nabla_j W^j = \nabla_j \{ K_i g^{ij} \nabla_i \rho \} \quad (3)$$

ここに、 ξ^i : 計算空間の空間座標、 t : 時間、 V^i : 流速ベクトルの反変成分、 W^i : 格子移動速度ベクトルの反変成分、 $\bar{v}^i v^j$: 乱れ速度ベクトルの反変成分、 p : 圧力、 ν : 動粘性係数、 ρ : 流体の密度、 ρ_0 : 流体の基準密度、 g_{ij} , g^{ij} : 計量テンソルの共変及び反変成分、 g : 計量テンソルの共変成分から成る行列の行列式、 G^i : 重力ベクトルの反変成分をそれぞれ表す。また、 ∇_j は共変微分を表し、クリストッフェル記号を用いて表される。乱流モデルはゼロ方程式モデルとし、水平方向の渦動粘性係数を $1.0\text{m}^2/\text{s}$ 、鉛直方向を $0.5\text{cm}^2/\text{s}$ の定数で与えたモデル、Munk & Anderson モデル、Officer モデルの3つを検討した¹⁾。計算法はスタガード格子上の有限体積法とし、時間積分は Adams-Bashforth とした。

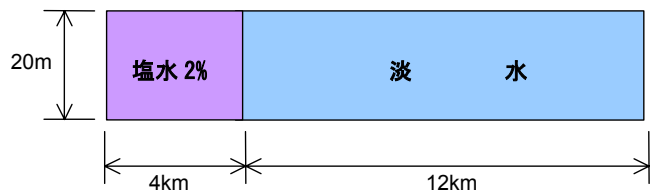


図1 保存性の検討に用いた計算格子

3. 対象とする流れ場

対象とする流れ場は図1に示すような長方形の閉鎖性水域とし、我が国の代表的な内湾に対応する空間スケールを与え

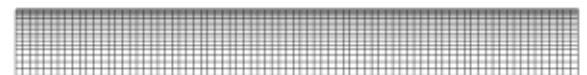


図2 保存性の検討に用いた計算格子

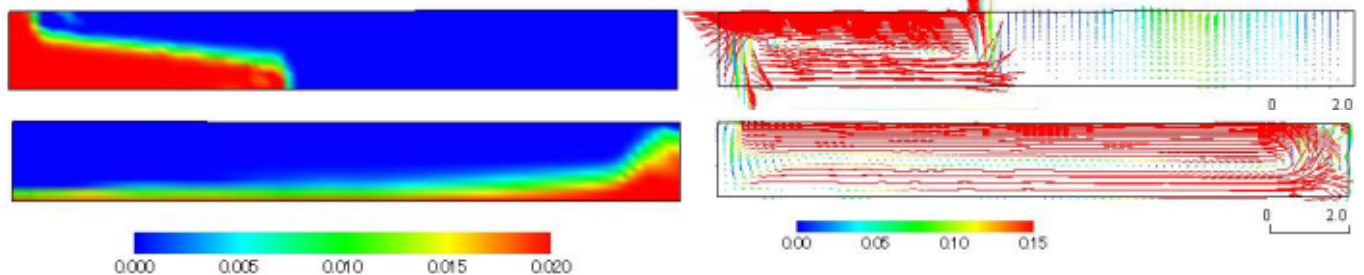


図3 QUICK 動水圧 渦動粘性定数型の計算結果(上:t=1hr, 下:t=5hr, 左:濃度分布, 右:流速ベクトル)

キーワード 密度混合流, 保存性スキーム, 数値拡散, 三次元移動一般曲線座標系

連絡先 〒690-8518 松江市西生馬町 14-4 松江高専 環境・建設工学科 TEL 0852-36-5212

ている。初期条件として図1のように左側 1/4 の領域に塩水を、それ以外に淡水を与え自由混合させる。計算時間は初期条件から 30 時間とした。

4. 保存性の検討

定量的予測モデルの構築を

行う上で最も基本的な要件は保存性を満たすことである。直交格子の場合、物質輸送方程式の移流項に保存型スキームを用いれば保存性はほぼ確保される。しかし、一般曲線座標の場合には座標変換に伴う負荷項が擬似的な生成項のように作用するため、単に保存型スキームを用いるだけでは保存性は保証されない。そこで、いくつかの保存型スキームを用いて実際に計算を行い、①水の体積保存性、②全塩分量保存性、の2点について検討した。計算格子は図2に示すように水平方向は等分、鉛直方向は20個の不等間隔格子（公比1.1の等比級数）とした。移流項のスキーム、圧力計算、乱流モデルを変えた表1の6通りの条件で1600min間の計算を行った結果、いずれも方法においても表中に示すように水体積、全塩分量ともに十分な保存性が示された。

5. 数値拡散の検討

数値拡散効果について検討するため、鉛直方向の格子数を変化させた計算を行い、結果を比較した。なお、この一連の計算では鉛直方向の格子分割を等分割とした。図4は、鉛直方向の格子数を20, 40, 80とした場合の $t=30\text{hr}$ の計算結果（QUICK、動水圧考慮、定数型渦動粘性）を比較したものである。フロントの動きに位相誤差がみられ、鉛直格子数が小さい方が位相速度が小さい傾向がみられる。格子幅が波動の伝播速度（分散特性）に影響することは良く知られているが、今回の結果が分散特性によるものなのか、または鉛直方向の数値拡散が内部波の伝播（フロントの減衰）に影響しているのか、さらに検討を要する。

図5は $t=30\text{hr}$ における鉛直方向の密度分布を水平方向に空間平均したものを格子数を変えて比較したものである。格子数が大きくなるにつれて分布が収束していく様子がわかる。格子数80の結果を真値と仮定し、各鉛直位置の誤差の2乗を z 方向に積分した値を計算格子幅 Δz に対してプロットしたものが図6である。

格子数が30以上では2次精度のQUICKスキームの特性に対応して Δz の2乗に比例して誤差が減少するが、30以下では Δz の1乗に比例して誤差は減少している。格子数が少ない場合に1次精度に落ちる理由は不明であり、今後の検討が必要である。

参考文献

1) 横山：海洋環境シミュレーション，白亜書房，1993。

表1 保存性の検討(計算時間:1600min)

スキーム	圧力計算	渦動粘性係数	水体積変化量(%)	全塩分変化量(%)
1次風上	動水圧考慮	定数	0.0226	0.0986
Hybrid	動水圧考慮	定数	0.0393	0.1036
QUICK	動水圧考慮	定数	0.2178	0.1043
QUICK	静水圧近似	定数	0.1028	0.0997
QUICK	静水圧近似	M-A	0.1028	0.1049
QUICK	静水圧近似	O-F	0.1028	0.1001

M-A: Munk & Anderson, O-F: Officer

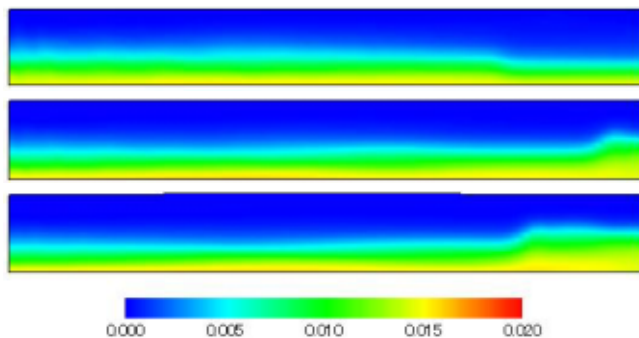


図4 計算結果の格子依存性 ($t=30\text{hr}$, QUICK, 静水圧, 定数型渦粘性 (鉛直格子数, 上:20, 中:40, 下:80))

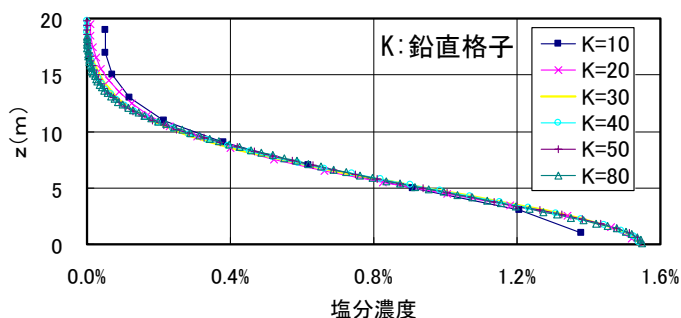


図5 空間平均鉛直密度分布の格子依存性

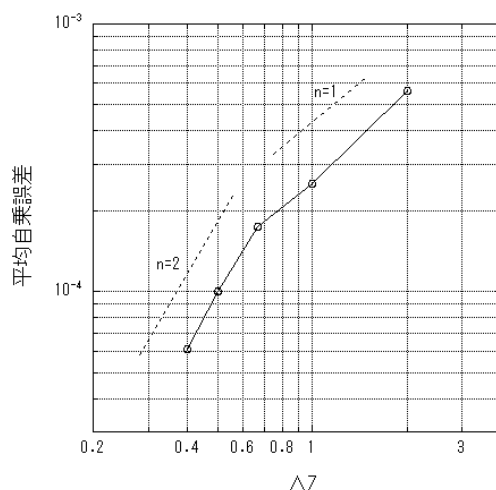


図6 計算格子幅と誤差の関係