

無反射開境界条件処理を施した安定化有限要素法による高潮氾濫解析手法の構築

中央大学大学院 学生員 唐木田 泰久
 中央大学大学院 学生員 岡田 岳
 中央大学 正会員 櫻山 和男

1. はじめに

1959年の伊勢湾台風に代表される高潮は、周辺地域に甚大な被害をもたらした。そのため、高潮災害対策において高精度な氾濫計算手法の構築の必要性が高まってきている。

そこで、本報告は安定化有限要素法¹⁾による高潮氾濫解析手法の構築を行うものである。高潮と天文潮の推算を同時に行い、天文潮の推算において問題となる開境界条件処理には、部分領域法²⁾を導入し無反射境界として取り扱う。また、浅水域における移動境界問題の解析手法として、固定メッシュを用いた複雑地形にも適応可能な非構造格子に基づくEuler的手法を適用する。数値解析例として、1985年6号台風³⁾により引き起こされた東京湾での高潮を取り上げ、本手法の有効性を検討し考察を行った。

2. 数値解析手法

(1) 基礎方程式と有限要素法

高潮解析の支配方程式には、以下の浅水長波方程式を用いる。

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + g \frac{\partial(\zeta - \zeta_0)}{\partial x_i} + \frac{\tau_i^b - \tau_i^s}{\rho_w(h + \zeta)} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} [(h + \zeta) U_i] = 0, \quad (2)$$

ここに、 U_i は断面平均流速、 h は水深、 ζ は水位変動量、 g は重力加速度、 ζ_0 は吸い上げ効果に伴う水位上昇量、 ρ_w は海水の密度である。また、 τ_i^b は底面せん断応力、 τ_i^s は海面せん断応力であり、それぞれ次式で与える。

$$\tau_i^b = \rho_w g n^2 U_i \sqrt{U_j^2}, \quad (3)$$

$$\tau_i^s = \rho_a C_D W_i \sqrt{W_j^2}, \quad (4)$$

ここに、 n はManningの粗度係数、 ρ_a は空気の密度、 W は風速である。 C_D は抗力係数であり、本多・光易⁴⁾によると次式によって与えられる。

$$C_D = \begin{cases} (1.290 - 0.024W) \times 10^{-3} & (W \leq 8) \\ (0.581 + 0.063W) \times 10^{-3} & (W > 8) \end{cases} \quad (5)$$

基礎方程式(1),(2)に対する空間方向の離散化手法としてSUPG法に基づく安定化有限要素法¹⁾を適用し、三角形1次要素を用いて補間を行うことにより有限要素方程式が導かれる。時間の離散化には前進差分を用い、連立1次方程式の解法に陽的解法であるマルチパス法⁵⁾を用いた。

(2) 開境界処理

開境界処理には、児玉らによって提案された部分領域法²⁾を採用した。解析全体領域とは別に、開境界上の節点を

有する要素からなる部分領域を導入することにより、開境界における反射波成分を抽出する方法である。ここで抽出された反射波成分を、次ステップの入射波成分に加えたものを開境界条件として与え、計算を進めていく。詳細は参考文献²⁾を参照されたい。

(3) 移動境界手法

移動境界手法として本報告では、複雑地形に対する適応性に優れた固定メッシュを用いるEuler的手法を採用した。Euler的手法とは、対象領域をあらかじめ要素分割しておき、各時間ステップにおいて各要素が陸域か水域か判定することにより水際線を表現する方法である。

(4) 台風モデル

台風の気圧分布は、次式に示すMyersの式で与えた。

$$P(r) = P_c + \Delta P \exp\left(-\frac{r_0}{r}\right), \quad (6)$$

ここに、 $P(r)$ は台風中心から距離 r だけ離れた地点での気圧、 P_c は台風の中心気圧、 ΔP は気圧深度、 r_0 は台風の半径である。このような気圧分布の下で、傾度風速 U_{gr} は次式で与えられる。

$$U_{gr} = -\frac{rf}{2} + \sqrt{\left(\frac{rf}{2}\right)^2 + \frac{\Delta P}{\rho_a} \frac{r_0}{r} \exp\left(-\frac{r_0}{r}\right)}, \quad (7)$$

なお、 f はコリオリ係数、 ρ_a は空気の密度である。ここで、傾度風および台風の移動に伴う海面付近の風速はそれぞれ次式ようになる。

$$u_1 = C_1 U_{gr}, \quad (8)$$

$$u_2 = C_2 V_t \exp(-\beta r), \quad (9)$$

ここに、 C_1, C_2 は定数であり0.7とした。 V_t は台風移動速度であり、係数値 β は $\beta = \pi/(500 \times 1000)$ を用いた。 u_1 は U_{gr} に比べ30°内側に傾くものとし、風速 W は式(8),(9)のベクトル和として決定される。また、式(1)の ζ_0 は次式で与える。

$$\zeta_0 = 0.991(1,013 - P(r)) \times 10^{-2}. \quad (10)$$

3. 数値解析例

(1) 台風8506号による高潮

本手法の有効性を検討するため、台風8506号³⁾により引き起こされた東京湾での高潮を取り上げる。有限要素分割図および台風の経路を図-1,2に示す。最小メッシュ幅50[m]、微小時間増分量0.05[s]、マルチパス法⁵⁾の反復回数は3回である。台風経路における○は台風中心位置で

KeyWords: 安定化有限要素法, 高潮氾濫解析, 部分領域法, 移動境界問題

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: karaki@kc.chuo-u.ac.jp

あり，その間は3次スプライン補間により滑らかな曲線で結ぶ．海水の密度 ρ_w ，空気の密度 ρ_a ，コリオリ係数 f および Manning の粗度係数 n は，それぞれ， $1.03[g/cm^3]$ ， $1.22 \times 10^{-3}[g/cm^3]$ ， $8.3304 \times 10^{-5}[1/s^2]$ ， 0.025 である．各時刻における気圧深度 ΔP を表-1 に示す．また，台風半径 r_0 は $120[km]$ を用いた．なお，境界条件として．開境界においては次式に示す潮汐を入射波条件とし，部分領域法²⁾により算定した値に ζ_0 を加えたものを与えた．また，陸岸においては slip 条件を仮定した．

$$\hat{\zeta} = \sum_{m=1}^4 a_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_m}t - k_m\right), \quad \hat{U}_i = \sqrt{\frac{g}{h}} \hat{\zeta} n_i^+, \quad (11)$$

ここに a_m は振幅， T_m は周期， h は水深， k_m は位相， n_i は法線方向ベクトル成分を示し，上添え字の $\hat{\cdot}$ は境界で規定される値， $+$ は解析領域内部方向を表す．式 (11) で用いる主要4分潮の振幅，周期および位相を表-2²⁾ に示す．

表-1 各時刻における気圧深度

時刻	初期時刻	3時間後	6時間後	9時間後
$\Delta p[hpa]$	48	48	45	41

表-2 主要4分潮

記号	振幅 $a_m [m]$	周期 $T_m [h]$	位相 $k_m [rad]$
M_2	0.21	12.42	-5.8398
S_2	0.15	12.00	-5.6018
K_1	0.14	23.93	-1.3290
O_1	0.10	25.82	-1.3211

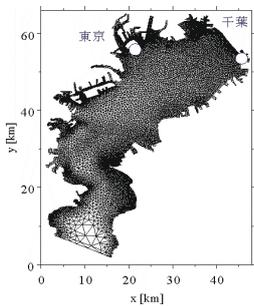


図-1 有限要素分割

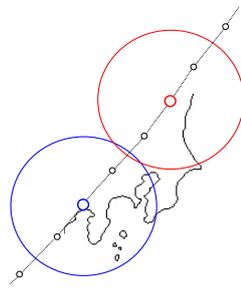
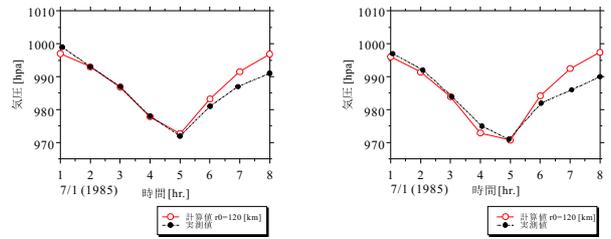


図-2 台風経路

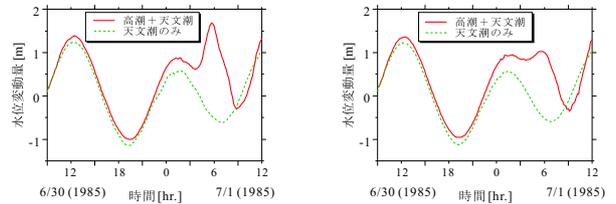
図-3 は，千葉と東京における気圧の計算値と実測値の比較である．台風通過後の時刻において差異が見られるものの，計算値は実測値とほぼ一致をしていることがわかる．今回の報告において台風半径 r_0 は，気圧および風速，また全時刻同じ値を用いて計算を行ったが， r_0 の決定方法についての検討が今後の課題となる．図-4 は，当時予測される天文潮の推算値と高潮の計算値の比較である．定性的に高潮現象を表現できていることがわかる．また台風による水位上昇は，解析領域に最接近するおよそ24時間前から生じていることがわかる．図-5 は，計算値と実測値の潮位偏差の比較である．計算値は実測値に比べ若干大きく評価しているが，各地点ともほぼ一致を示していることがわかる．しかし，東京において観測値はピークが2度現れるのに対し，計算値は1度しか表現できていないことがわかる．ピークが2度現れるのは，風による影響が大きいものと思われ，それを評価するための外力の評価方法が今後の課題となる．



千葉

東京

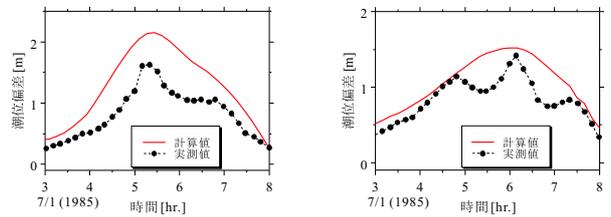
図-3 計算気圧と実測気圧の比較



千葉

東京

図-4 天文潮と高潮の計算値の比較



千葉

東京

図-5 計算値と実測値の潮位偏差の比較

4. おわりに

本報告では，無反射開境界条件処理を施した安定化有限要素法¹⁾を用いて，8506号台風³⁾により引き起こされた東京湾における高潮の解析を行い，以下のような結論を得た．

- 気圧はピーク後，実測値と計算値に差異が見られたものの，ほぼ良い一致を示した．
- 開境界条件処理を施し，また当時予測される天文潮を用いることで，潮位偏差は実測値と定性的に一致を示した．また，部分領域法の有効性が確認された．

今後の課題としては，台風モデルの検討があげられる．また，移動境界手法を適用し，高潮氾濫解析へ拡張する予定である．

参考文献

- 1) T.E.Tezduyar, 'Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations', *Advance in applied Mechanics*, **28**, 1-44, 1992.
- 2) 児玉敏雄, 川原睦人, '無反射性開境界条件処理を用いた多層有限要素法による潮流解析', 土木学会論文集第 巻, 446/I-19, 89-99, 1992 .
- 3) 小西達夫, 上平悦郎, 瀬河孝博, '台風 8506 号による高潮と副振動', 天気, **33**, No6, 263-270, 1986 .
- 4) Mitsuyasu, H. and T.Honda, 'The High Frequency Spectrum of Wind Generated Wave ', *J. Oceanog. Soc. Japan*, **30**, No4, 1974.
- 5) J.Peraire, O.C. Zienkiewicz and K.Mogan, 'Shallow water problems, A general explicit formulation ', *Int. J. Num. Meth. Eng.*, **22**, 547-574, 1986.