

分散を伴う河川遡上波の水位上昇特性に関する研究

中央大学大学院 学生員 ○山田 拓也
中央大学理工学部 正会員 岡田 将治

(独)北海道開発土木研究所 正会員 安田 浩保
中央大学理工学部 正会員 山田 正

1. 目的 昭和以降の主要な津波災害において、多くの河川で津波の河川遡上が確認されている。しかしながら河川を遡上する波の長距離伝播や水位上昇に関しては未だ十分な知見が得られているとはいえない。従って本研究では、河川遡上波に対して波の非線形性及び分散性を考慮した1次元波動伝播数値実験を行い、入射波形及び河川諸元を変化させた場合の河川遡上波の分裂による水位上昇率及び長距離遡上特性に関して考察を行った。

2. 基礎方程式 河川遡上波の非線形性及び分散性を考慮するために、基礎方程式として以下の式を用いた。

$$\text{連続式 } \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1) \quad \text{運動方程式 } \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{D^2}{3} \frac{\partial^3 Q}{\partial x^2} - \frac{gn^2 Q Q}{D^{7/3}} \quad (2)$$

η :水位, Q :単位幅流量, D :全水深, ρ :水の密度, τ_0 :河床剪断応力, n :マニング粗度係数, g :重力加速度

3. 数値解析手法 本研究における数値解析手法には、浅水理論式に分散項を加えた非線形分散波方程式を安定かつ高精度で解析を行うのに最適だと考えられる二段階混合差分法を用いる。この差分法は、一段目に水面勾配項の影響をLeap-frog法に基づくExplicitスキームを用いて中間流量 Q^* を計算する。二段階目に中間流量 Q^* を用いて移流項及び分散項の影響をImplicitスキームにより中間流量 Q^{**} の計算後、 Q^{**} を用いて河床せん断応力を陰的に計算し次のタイムステップに於ける最終流量値を決定する。この差分法では、基礎方程式の全項に対して時間・空間に中央差分を用いているため高精度で安定な計算が可能となる。浅水理論式の数値解析にはLeap-frog法を適用し移流項には風上差分を用いた。

4. 初期条件及び境界条件 本研究の数値実験では、全区間で河床勾配 1/5000, マニングの粗度係数 0.030 を設定し、入射波の振幅 0.2m, 0.5m, 0.75m 及び周期 240 秒 (波長約 1680m), 360 秒 (波長約 2520m) を組み合わせた計 6 ケースの正弦波を入射させた場合、及び入射波を振幅 0.5m, 上昇時間 60 秒の段波波形で固定し、河川のマニング粗度係数, 単位幅流量, 河床勾配を変化させた 9 ケースの計算を行った。初期条件としては、上流端境界において一定単位幅流量を、下流端境界条件に一定水位を与え、定常状態の各地点における水位及び流量の値を河川全域に対して与えている。境界条件は、上流端境界条件として一定単位幅流量を与えている。下流端境界条件は河口部からの遡上波の入射を表現するためにタイムステップごとに変化する水位を与えている。実験条件は上流端において一定単位幅流量 1.5m²/s, 河口部からの波の入射は下流端境界条件として下流端水深 5m からの水位変動により与えた。

5. 数値実験結果 (a) 波の前傾化及び分裂 下流端から波高 0.75m, 周期 240 秒の波を入射した場合の浅水理論式及び非線形分散波方程式 (浅水理論式 + 分散項) による遡上波を図 - 1 に示す。経過時間 150 秒までは両者に大きな違いは見られず、波の非線形性により波頭が前傾化していることが解る。経過時間 300 秒では波頭の前傾化がさらに進み、非線形分散波方程式では波前面において波の分裂が生じていることが解る。経過時間 450 秒及び 600 秒において浅水理論式では波の前傾化に伴い急峻な段波面を形成しているが、非線形分散波方程式では分裂により進行方向前面に波高の高い波が発生していることが解る。1050 秒経過後、浅水理論式と非線形分散波方程式の最大水位は大きく異なり、また遡上波第一波に比べ後続の波の波高は高く、分散後の波の数も多いことがわかる。また、浅水理論式では段波面の波頭に高周波成分が見られた。(b) 分裂後の波形 遡上波の分散により発生した波の波形に関して図 - 2 で考察する。遡上波の分裂により発生した波群の第一波の波形について、浅い水の表面を伝播する波の非線形性及び分散性を考慮するコールテヴェーク-ドフリース方程式 (以下 K-dV 方程式) のソリトン解との一致を調べた。K-dV 方程式のソリトン解として (3) 式を用い、数値計算より求めた分裂後の波形に最適に適合する係数 $a \sim e$ を求めた。式 (3) から式 (4) を得る。

$$u = a + b \operatorname{sech}^2(c(dx + e)) \quad (3)$$

$$u = -0.010 + 0.48 \operatorname{sech}^2(0.27(0.67x - 0.11)) \quad (4)$$

式 (4) より、非線形分散波方程式を基礎式とする遡上波の分裂後に発生した波形は、K-dV 方程式のソリトン解に良く一致している。他の分裂後の波に関して同様の検討を行った所、いずれもソリトン解と良い一致を示した。

キーワード 遡上波 分散 非線形分散波方程式 二段階混合差分法 ソリトン

連絡先 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学理工学部 TEL03-3817-1805 E-mail:y-takuya@civil.chuo-u.ac.jp

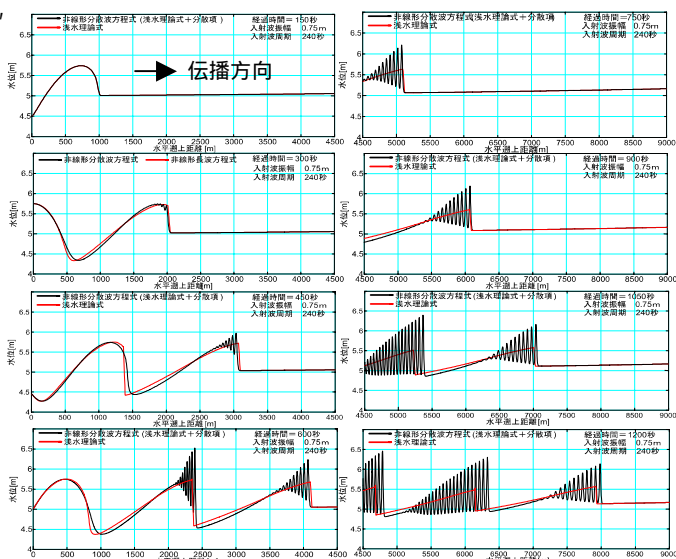


図 - 1 浅水理論式及び非線形分散波方程式による波形の違い

(a)及び(b)より,入射波は遡上に伴い前傾化してソリトン分裂し複数のソリトンを発生させると考えられる.また,河川遡上波の数値計算では波の非線形性と共に分散性による波高の増大効果を考慮できる非線形分散波方程式を用いて解析を行う必要があることがわかる. (c)入射周期を変化させた時の最大水位上昇率と分散地点 入射振幅を固定して周期 120 秒, 240 秒, 360 秒で入射させた図 - 3 のA, Bについて見る. A, Bより同振幅の波を入射した場合, 短周期波を入射させた場合の最大水位上昇率は, 長周期波を入射させた場合の最大水位上昇率より大きいことがわかる. また入射地点から波の分散地点までの遡上距離では, 長周期波に比べ短周期波の方が短い遡上距離で分散していることがわかる. これは同振幅の波でも, 短周期波は長周期波に比べ

前傾化による波前面の急峻化に要する距離が短いためだと考える. (d)第一波及び全遡上波による水位上昇率の差異 図 - 3 のA, Bで遡上波の第一波に依る各地点の水位上昇率(第一波水位上昇率)と各地点の全遡上波による最大の水位上昇率(全時間水位上昇率)を比較する. 第一波水位上昇の最大値と全時間水位上昇の最大値を比較すると, 全時間水位上昇の最大値の方が入射波振幅の 5~8 割程大きな値をとることから, 遡上波の第一波より波高の高い後続波が遡上する可能性があることが解る. (e)入射振幅を変化させた時の最大水位上昇率と分散地点 入射波周期 240 秒, 360 秒において入射振幅 0.2m, 0.5m, 0.75mの波を遡上させた場合の水位上昇率を図 - 3 のC, Dに示す. 入射波振幅 0.5m及び 0.75mの第一波及び全遡上波の最大水位上昇率は分裂及び逓減において同じ傾向を示していることがわかる. また入射波振幅 0.2mの場合の分散地点及び水位上昇率は入射波振幅 0.5m及び 0.75mに比べ, 第一波及び全遡上波による最大水位上昇率の両者とも小さいことがわかり, 入射波振幅 0.2mの場合, 入射波の分散による水位上昇が小さいと考えられる. (f)マニング粗度係数を変化させた場合の水位上昇率の変化入射波を段波波形で固定してマニング粗度係数を $n=0.018, 0.023, 0.030$ と変化した場合

の水位上昇率を図 - 4.aに示す.これよりマニング粗度係数が小さい程水位の最大上昇率が大きく, また水位の最大上昇地点が上流側に移動している事が解る. またマニング粗度係数が小さいほど最大水位上昇後も高い波高を保ち伝播している. 従って河川遡上波ではマニング粗度係数が波高増幅や遡上距離に大きく影響する事がわかる. (g)単位幅流量を変化させた場合の水位上昇率の変化 入射波を段波波形で固定して単位幅流量を $q=1.5, 2.0, 3.0[m^2/s]$ と変化した場合の水位上昇率を図 - 4.bに示す. 波の分散地点及び水位最大上昇地点は変化しないが, 最大水位上昇率は単位幅流量が少ないほど大きくなる事が解る. これは単位幅流量を変化させた時の水深の変化率が流量変化率より小さいため, (2)式より河床せん断応力は流量増加に伴い増加したためだと考えられる. (h)河床勾配を変化させた場合の水位上昇率の変化入射波を段波波形で固定して河床勾配を $1/10000, 1/7500, 1/6000$ と変化した場合の水位上昇率を図 - 4.cに示す. 波の分散地点, 水位の最大地点及び最大水位上昇率は河床勾配に依らず変化は見られない. 最大水位上昇後の波の減衰過程においては, 河床勾配が緩やかなほど緩やかに減衰していく事がわかる. これは河床勾配の違いによる河口部での水深差は小さいが, 上流側では河床勾配が緩やかなほど上流部の水深が深く, 遡上波の河床せん断

応力による減衰が緩やかであるためであると考えられる. 参考文献: 安田 浩保, 山田 正, 後藤 智明: スルースゲートの閉鎖に伴い発生する段波の水理実験とその数値計算, 土木学会論文集II, 733 巻, II-63 号, 89-106 頁

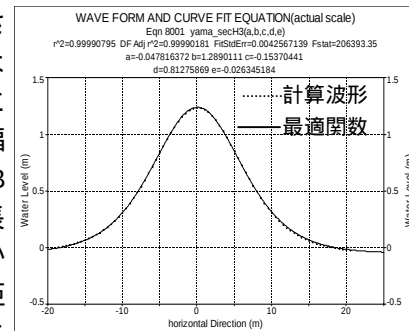


図 - 2 分散波の波形関数

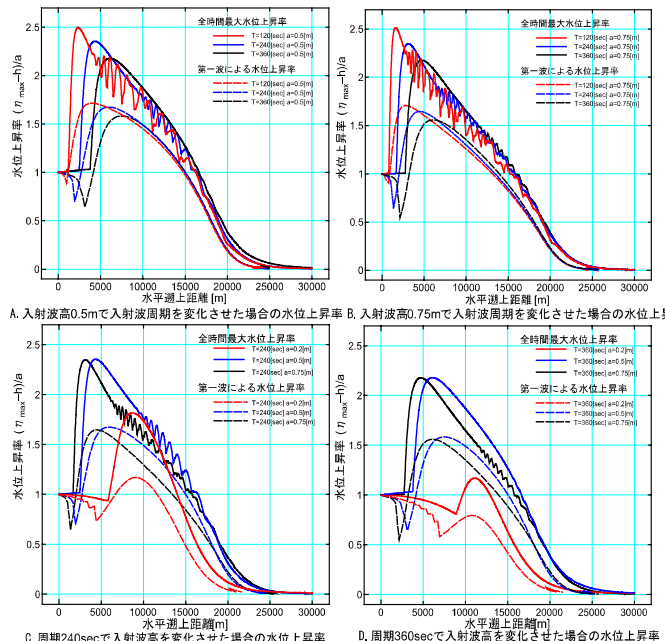


図 - 3 水位上昇率図

水位上昇率は波による定常水位からの水位上昇高さ(m)を入射波の振幅(m)で割った値と定義する.

$$\text{水位上昇率} = \frac{(\eta_{\max}(x) - h(x))}{a} \quad \text{h: 定常水深, } \eta_{\max}: \text{最大水位, } a: \text{入射振幅}$$

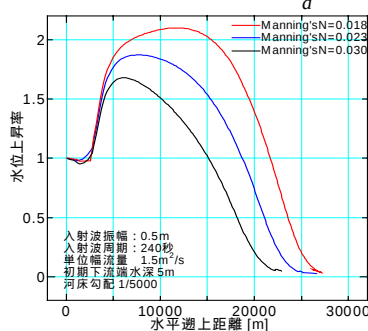


図 - 4.a マニング粗度係数を変化させた場合の水位上昇率

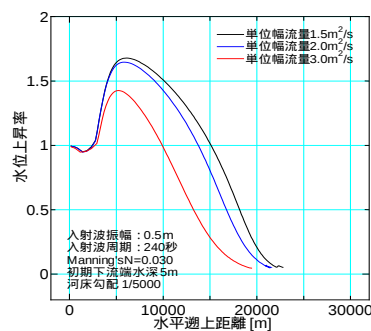


図 - 4.b 単位幅流量を変化させた場合の水位上昇率

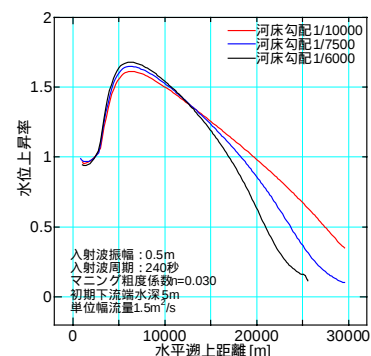


図 - 4.c 河床勾配を変化させた場合の水位上昇率