

格子流出量修正法を用いる非構造格子の汜濫解析

奥山ポーリング株式会社 正会員 ○張 馳

1. はじめに

非構造格子による汜濫解析には、領域を任意形状の格子に分割でき、重要度に応じて格子の大きさを変えることができるため、解析流域にある建造物、道路、堤防及び連続盛土などが汜濫水に及ぼす影響を表現できると同時に、解析の精緻化・高度化が進められていると報告されている。しかし、解析格子の大きさが大きく変化する場合や地盤勾配が大きくなる場合、汜濫計算では水量の連続性に問題が生じ、質量の不保存より計算の発散がよく発生する。本研究では計算時間の短縮、質量保存を守ることにより計算精度を高めることを目的として、計算格子の流出量を抑える非構造格子流出量修正法を提案した。

2. 基礎方程式及び数値解析手法

本研究では汜濫流の面的特性を把握するため、岩佐らが開発した平面2次元汜濫流モデルを採用した。平面2次元汜濫流の基礎方程式¹⁾を直接解くのは困難であるため、本研究では、まず領域を多角形の非構造格子に分割した。次に、全領域に対して直交(デカルト)座標軸(x軸, y軸)を設定し、この座標系における各方向の流量フラックス(M, N), および流速(u, v)を非構造格子の境界(多角形の辺の中点)で、水深(h)を非構造格子の図心で定義した上で(図-1), 基礎方程式を差分式に変換して数値計算を行った。運動量方程式の差分化は時間に関しては前進差分, 移流項には風上スキーム, 圧力項には中心差分, 抵抗項にはVasilievの不安定を避けるため陰的な取り扱いを用いた。また、連続式の差分化は時間に関して前進差分, 空間に関して中心差分を用いた。leap-frog的に計算を進めた。

3. 非構造格子流出修正法

平面2次元汜濫流の連続式は、図-1に示すコントロールボリュームで計算した。差分式には以下の式を用いた。

$$\frac{h^{n+3} + h^{n+1}}{2\Delta t} + \frac{1}{A} \sum_{l=1}^m \{M_l^{n+2}(\Delta y)_l - N_l^{n+2}(\Delta x)_l\} = 0 \quad (1)$$

ここに、Aは図-1に示す計算格子の面積である。式(1)より、次の式が得られる。

$$h^{n+3}A = h^{n+1}A + 2\Delta t \{M_l^{n+2}(\Delta y)_l - N_l^{n+2}(\Delta x)_l\} \quad (2)$$

すなわち、質量連続式の離散化式(1)式は以下の概念である。

$n+3$ 時刻多角形格子の湛水量 = $n+1$ 時刻多角形格子の湛水量 +
 $2\Delta t \times (\text{単位時間格子へ流入水量} - \text{単位時間格子から流出水量})$

ここに、 $n+3$ 時刻格子の湛水量 = $h^{n+3}A$, $n+1$ 時刻格子の湛水量 = $h^{n+1}A$

単位時間格子へ流入水量 = x方向の流入フラックス $\times \Delta y$ - y方向の流入フラックス $\times \Delta x$

単位時間格子からの流出水量 = -x方向の流出フラックス $\times \Delta y$ + y方向の流出フラックス $\times \Delta x$

上式によって流れ速度が大きく変化する場合には、流入・流出フラックスの絶対値の差が大きく、時間ステップが大きければ $n+3$ 時刻の湛水量が負値となる可能性がある。岩佐ら¹⁾によれば水深がマイナスの場合にはゼロとするので水量が多くなり質量連続性に問題が生じている。本研究では汜濫解析での水量の連続性を満たすため質量連続式で求められた水深が負となった場合には、格子の流出量を修正して格子の水深を零とし、計算格子の水深を負数にしない非構造格子流出量修正法を提案した。具体的な方法は以下のとおりである。

まず、フラックスM, Nに従って次のように流入、流出フラックスを判断する。

キーワード 汜濫解析, 質量保存, 非構造格子流出量修正法

連絡先 奥山ポーリング株式会社 〒013-0046 秋田県横手市神明町10番39号 Tel 0182-32-3475

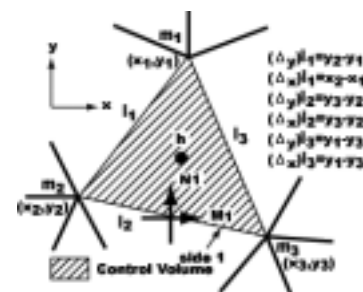


図-1

) $M_1^{n+2}(\Delta y)_1 \geq 0$, $N_1^{n+2}(\Delta x)_1 < 0$ の場合には, その $M_1^{n+2} \cdot N_1^{n+2}$ は計算格子に流入フラックスである .

) $M_1^{n+2}(\Delta y)_1 < 0$, $N_1^{n+2}(\Delta x)_1 \geq 0$ の場合には, その $M_1^{n+2} \cdot N_1^{n+2}$ は計算格子から流出フラックスである .

総流入水量および総流出水量の計算

の判断により総流入水量および総流出水量を次のように計算する

総流入水量 (Q_{in}) = $2\Delta t$ (x 方向の流入フラックス $\times (\Delta y)_1$ - y 方向の流入フラックス $\times (\Delta x)_1$)

総流出水量 (Q_{out}) = $-2\Delta t$ (x 方向の流出フラックス $\times (\Delta y)_1$ - y 方向の流出フラックス $\times (\Delta x)_1$)

流出量を抑えるために, $n+3$ の時刻の水深 $h_{i+1/2, j+1/2}^{n+3}$ を零とする .

$$h^{n+3} = h^{n+1} + \frac{Q_{in} - \lambda Q_{out}}{A} = 0 \quad (3)$$

$$\lambda = (h^{n+1} \cdot A + Q_{in}) / Q_{out} \quad (4)$$

の判断に従って, 以下の式で判断された流出フラックスを修正する .

修正流出フラックス = $\lambda \times$ 流出フラックス

ここに, λ は 1 より小さい修正係数である .

以上の手法で負の流動深が生じた格子の流出フラックスを修正し, もう一度全体解析領域の水深を計算する . しかし, 負の流動深が生じた格子の流出フラックスを修正すれば隣の格子の流入量が減少するために, 流動深が負となる可能性がある . その場合, 負の流動深がなくなるまで繰り返し修正し, 次の時間ステップへ進む .

4. 数値実験の検証

ここでは非構格子流出量修正法の急勾配地形を有する場合での有効性を確認するため, 中川⁴⁾が行った氾濫実験に基づいて氾濫台の勾配 $0^\circ \sim 10^\circ$ を与えた数パターンの解析を行い, 非構格子流出量修正法を適用した場合と適用しない場合の計算質量誤差を比較して, 提案手法の妥当性を確認する . 図 - 2 は計算区域の計算格子図であり, 1441 個三角形メッシュを分割した, 解析に用いた計算条件は, 計算格子運動量補正係数: $\beta=1.0$, 時間ステップ: $0.005s$, 粗度係数: 0.01 である . 図-3 は格子流出修正法を適用しない場合の各パターンにおける $t=1s, 2s$ 時点での計算質量保存誤差である . 提案手法を適用しない場合では氾濫台勾配が大きいほど大きければ質量保存誤差が大きくなり解析氾濫時間が長いほど長ければ質量保存誤差が大きくなることからわかる . 一方, 提案した手法を適用する場合は勾配と解析氾濫時間に関わらず質量保存誤差がゼロになり質量保存則を満たすことが明らかにした .

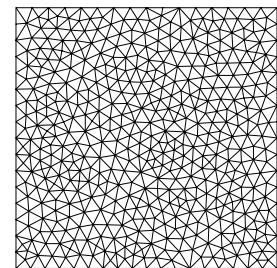


図 - 2 非構格子の分割図

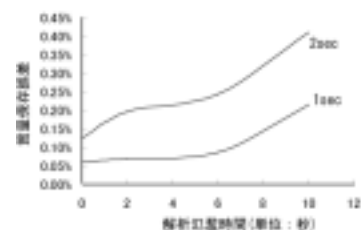


図 - 3 計算質量保存誤差

5. まとめ

本研究では, 非構格子による氾濫解析には質量保存則を満たしながら解析精度を高めるために, 非構格子流出量修正法を提案した . 提案手法の妥当性を数値実験で検証し, 提案手法が急勾配の扇状地や山地などの平面に次元氾濫解析に適用する可能性があることに示した .

参考文献

- 1) 岩佐義朗・井上和也・水鳥雅文: 氾濫水の水利の数値解析法, 京都大学防災研究所年報, No.23, pp.305-317, 1980 .
- 2) 井上和也・川池健司・戸田圭一: 非構格子による氾濫解析モデル, 京都大学防災研究所年報, No.42, pp.339-353, 1999 .
- 3) 張 馳・岩堀康希・阿部真郎・登坂博行: 急勾配地形を有する場における洪水氾濫の数値解析, 水工論文集, No.48, pp.625-630, 2004 .
- 4) 中川 一: 洪水および土砂災害の危険度評価に関する研究, 京都大学学位論文, 1989 .