

## 降雨流出現象における斜面効果と貯留関数法の流域定数の推定

中央大学大学院 学生員 ○重住 基

中央大学大学院 学生員 呉 修一

中央大学理工学部 正会員 山田 正

**1. はじめに：** 降雨流出機構を把握することは、降雨災害の予測を考える上で重要である。本論文は、運動則を一般化しつつ、集中化した斜面、河道における降雨流出計算手法を提案し、降雨流出現象における斜面効果と河道効果の特性について明らかにし、かつ斜面において提案手法と貯留関数法との比較を行い、流域定数の導出を行なう。

### 2. 降雨流出の基礎式の導出：

**2.1. 単一斜面における降雨流出の基礎式の導出：** 様々な流出形態に対応させるため一般化された運動則を式(1)とし、連続式は式(2)で表される。式(1)を式(2)へ代入し  $q_s$  について整理すると式(3)の Kinematic Wave 方程式が得られる。ここに、 $v_s$ ：断面平均流速[mm/h]、 $h_s$ ：水深[mm]、 $q_s$ ：単位幅流量[mm<sup>2</sup>/h]、 $r(t)$ ：有効降雨量[mm/h]、 $\alpha_s, m$  は斜面における流出特性を表すパラメータである。直接流出は流出寄与域(河道及び河道近傍の湿潤領域)のみからの流出と考えるとともに時事刻々と定常解を仮定すると、式(4)の変数分離形の近似式が成立する。ここに、 $q_{s*}(t)$ ：流出高[mm/h]である。斜面長  $L$  の末端で考え  $x=L$  とすると式(3)は式(5)の流出高に関する常微分方程式に変形できる。

$$v_s = \alpha_s h_s^m, \quad q_s = v_s h_s = \alpha_s h_s^{m+1} \quad (1), \quad \frac{\partial h_s}{\partial t} + \frac{\partial q_s}{\partial x} = r(t) \quad (2), \quad \frac{\partial q_s}{\partial t} + \alpha_s q_s^{\frac{m}{m+1}} \frac{\partial q_s}{\partial x} = \alpha_s q_s^{\frac{m}{m+1}} r(t) \quad (3)$$

$$q_s(x, t) \cong x q_{s*}(t) \quad (4), \quad \frac{dq_{s*}}{dt} = \alpha_s q_{s*}^{\beta} (r(t) - q_{s*}) \quad (5), \quad a_1 = (m+1) \alpha_s^{\frac{1}{m+1}}, \quad a_s = a_1 L^{\beta-1} = (m+1) \alpha_s^{\frac{1}{m+1}} L^{\frac{-1}{m+1}} \quad (6)$$

$$\beta = \frac{m}{m+1} \quad (7), \quad \alpha_s = \frac{k_s i}{D^{\gamma-1} w^{\gamma}}, \quad \gamma = m+1 \quad (8)$$

式(5)は一般化した単一斜面からの降雨流出を表す基礎式となる。また山田ら<sup>1),2),3)</sup>は流出パラメータ  $\alpha_s, m$  を飽和浸透理論と比較することにより、式(8)のように土地地形特性から決定できることを示している。ここに、 $k_s$ ：飽和透水係数、 $i$ ：斜面勾配、 $D$ ：表層土層厚、 $\gamma$ ：透水性を表す無次元パラメータ、 $w$ ：有効間隙率である。以後本論文において式(5)を斜面における集中定数系方程式と記す。

**2.2. 河道における降雨流出の基礎式の導出：** 斜面同様、河道においては運動則を式(9)のマニング則で表し、式(10)の連続式より  $q_r$  について整理すると式(11)の Kinematic Wave 方程式が得られ、式(12)の変数分離形の近似式が仮定できる。ここに、 $h_r$ ：水深[m]、 $q_r$ ：単位幅流量[m<sup>2</sup>/s]、 $B$ ：河道幅[m]であり、マニング則を用いていることから  $mr=2/3$  とする。ここに、 $q_{r*}(t)$ ：流出高、 $i_r$ ：勾配、 $n_r$ ：粗度係数 である。河道長  $L_r$  の末端で考え  $x=L_r$  とすると式(11)は式(13)の流出高に関する常微分方程式に変形できる。

$$v_r = \alpha_r h_r^{mr}, \quad \alpha_r = \frac{\sqrt{i_r}}{n_r} \quad (9), \quad \frac{\partial h_r}{\partial t} + \frac{\partial q_r}{\partial x} = \frac{2q_s(t)}{B} \quad (10), \quad \frac{\partial q_r}{\partial t} + a_r q_r^{\frac{mr}{mr+1}} \frac{\partial q_r}{\partial x} = a_r q_r^{\frac{mr}{mr+1}} \frac{2q_s(t)}{B} \quad (11)$$

$$q_r(x, t) \cong x q_{r*}(t) \quad (12), \quad \frac{dq_{r*}}{dt} = a_r q_{r*}^{\beta_r} \left( \frac{2q_s(t) * L}{B} - q_{r*} \right) \quad (13)$$

$$a_2 = (mr+1) \alpha_r^{\frac{1}{mr+1}}, \quad a_r = a_2 L_r^{\beta_r-1} = (mr+1) \alpha_r^{\frac{1}{mr+1}} L_r^{\frac{-1}{mr+1}} \quad (14)$$

式(13)が両側斜面から横流入のある河道における降雨流出を表す基礎式となる。以後本論文において式(13)を河道における集中定数系方程式と記す。式(5)、(13)を2元連立常微分方程式として解くことにより河道における流出高を求めることができる。

**3. 斜面効果と河道効果との比較：** 斜面及び河道が降雨流出現象に与える影響を見るため、河道の両側に長さ一様の斜面を考えた場合の斜面、河道における降雨流出計算を行う。

**3.1. 斜面末端と河道末端での流出高による比較：** 式(3)より求めた斜面末端における流出高と、式(3)、(11)より求めた河道における流出高を図-2に示す。斜面長  $L=10\text{m}, 30\text{m}, 60\text{m}$  の全てのケースで、横流入量となる斜面におけるハイドログラフとその斜面からの流入を受ける河道でのハイドログラフがほぼ一致する。つまり流出高は、河道効果に比べ斜面効果が卓越するため、斜面末端における流出高が求まれば、式(11)を用いる必要のあった河道末端における流出高についても式(3)のみで推測できる。

**4. 河道に沿う空間的斜面長の分布があるときの流出特性：** 3の計算では空間的に一様な矩形斜面を考え計算を行ったが、実地形上では空間的に斜面長が分布していると考えられる。そこで、河道に沿って空間的斜面長分布があるときの河道末端における流出計算を行った。斜面長分布は  $\beta$  分布形(河道の上・下端の斜面長を0で与える連続した曲線分布)を用

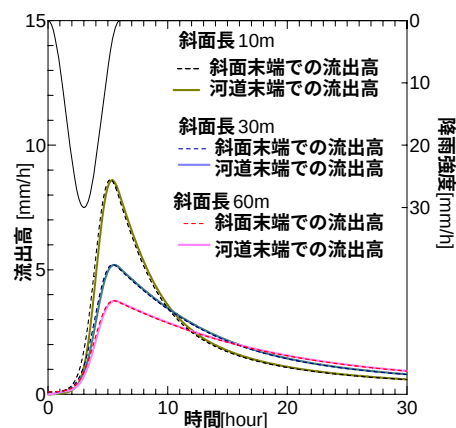


図-2 斜面末端と河道末端での流出高の比較

キーワード 集中化、斜面効果、流域定数

連絡先 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学理工学部土木工学科 tel03-3817-1805 fax03-3817-1803

い図-5 に示すような CASE1, CASE2, CASE3 を用いた。流域面積一定(0.087 Km<sup>2</sup>) の条件下で、それぞれの斜面長分布における河道末端での流出高を求めた。

図-6 に示すように、斜面長分布の偏りの程度が大きいほど流出高が小さく、全ての CASE で平均斜面長より流出高のピークが小さくなることからわかる。これは降雨強度、土壌特性条件が一樣の下で、流域面積が増加すれば流出高のピークは下がることから、斜面長分布のあるときの流出高ハイドログラフは、平均斜面長を 1.0 倍以上した長さの斜面を空間的一様に与えることで得られる。ここで、平均斜面長は流域面積を 2 倍した河道長で割ったものとする。また、図-6 では、平均斜面長の矩形斜面を与えたときの流出高比較を示すが、斜面長分布の緩やかな CASE1, CASE2 では、平均斜面長を 1.0~1.5 倍した流域における流出高がこのハイドログラフのピークを表現できるといえるであろう。一方、斜面長分布の極端な CASE3 においては、図-7 に示す平均斜面長を 2.0 倍した矩形斜面を与えたときとの比較からハイドログラフのピークを表現できる。このことは単純に降雨強度を 2 倍したときの河道末端での降雨流出現象においてもほぼ同様の結果が得られ、降雨流出の非線形性の傾向をとらえることができる。

### 5 貯留関数法と集中定数方程式との比較：

本論文でのこれまでの計算結果より、降雨流出現象において斜面の与える影響が非常に大きい。そこで斜面において流出現象に広く用いられている貯留関数法と集中定数方程式の比較を行なった。

**5.1. 貯留関数法に関して：**降雨は流域内に貯留され、その貯留高に応じ流出することから連続式と運動式から整理すると  $q$  に関する常微分方程式(15)が得られる。ここに、 $q$ : 直接流出高[mm/h],  $f$ : 流出係数である。

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{Kp} q^{1-p} (f * r - q) \quad (15)$$

式(15)を本論文では斜面における貯留関数法の基礎式と記す。

**5.2. 2 式の比較による流域定数の決定：**式(5)と式(15)の 2 式は全く同一形をした相似の関係を持つ。ゆえに双方を比較することで、貯留関数法における流域定数  $p, K$  を決定できる。降雨流出を表面流とすれば、2 つの流域定数はそれぞれ式(16), (17)となり、その計算結果を図-8 に示す。また流れを不飽和浸透流より、流出パラメータを土壌地形特性から決定でき、粗度係数  $n$  は式(18)となる。よって不飽和浸透方程式における流出定数  $K$  は式(19)となり、図-9 に示す。ここに、 $n$ : マニングの粗度係数[m<sup>-1/3</sup>s],  $L$ : 斜面長[m],  $i$ : 斜面勾配,  $D$ : 表層土厚[mm],  $w$ : 有効間隙率,  $k_s$ : 飽和透水係数である。

$$p = \frac{1}{m+1} \quad (16) \quad K = \left(\frac{L}{\alpha}\right)^p = \left(\frac{nL}{\sqrt{i}}\right)^p \quad (17) \cdots \text{表面流}$$

$$n = \frac{D^m w^{m+1}}{k_s} \quad (18) \quad K = \left(\frac{D^m w^{m+1} L}{k_s \sqrt{i}}\right)^p \quad (19) \cdots \text{中間流}$$

式(16), (17), (19)は単一斜面における降雨流出現象での流域定数をあらわす式である。すなわち山地小流域程度においてはこれまで未知と考えられてこられた貯留関数法の流域定数を本論文で提案する集中定数方程式と比較することによりその物理特性が明らかになった。

**6. まとめ：**(1)運動則を一般化しつつ、集中化した斜面、河道における降雨流出計算手法を提案した。(2)降雨流出現象において、斜面効果は河道効果に比べ卓越していることがわかった。(3)河道に沿って空間的斜面長分布のある流域ではその分布形式により平均斜面長を 1.0~2.0 倍することで河道末端での流出現象を表現できることがわかった。(4)集中定数方程式と貯留関数法を比較することで、貯留関数法の流域定数を土壌特性から決定した。

**参考文献：**1) 島田啓一, 山田正, 藤田睦博: 土木学会水理講演会論文集, V0.33, pp.133-138, 1989.

2) 大原憲明, 池永均, 山田正, 尾崎宏, 内島邦秀: 年次学術講演開会講演概要集第 2 部, V0.47, pp.58, 59, 67-69, 1997.

3) 山田正: 山地流出の非線形性に関する研究: 土木学会水理講演会論文集, Vol.47, pp259-264, 2003.

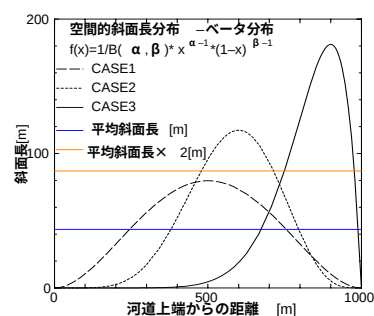


図-5 河道上端からの斜面長分布

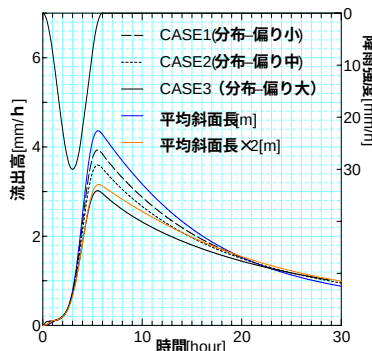


図-6 斜面長分布を変化させた時のハイドログラフ

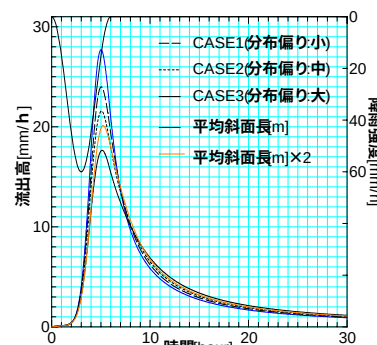


図-7 ピーク降雨強度を 2 倍で与えたときのハイドログラフ

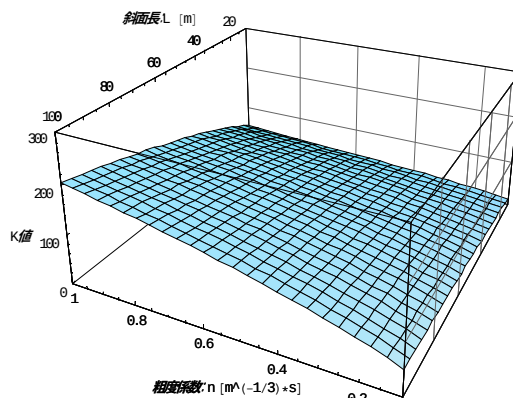


図-8 表面流として扱った時の流出定数

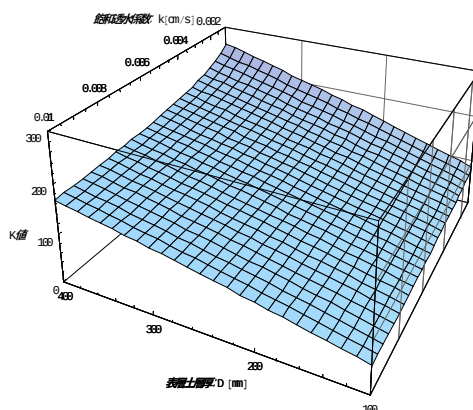


図-9 不飽和浸透流として扱った時の流出定数