全球・非静力学・大気海洋シミュレーションコードの力学コアの検証

海洋研究開発機構　地球シミュレータセンター　正会員　○大平　満　高橋　桂子　渡邉　國彦

１．はじめに

地球シミュレータセンターでは、全球を雲解像モデルに匹敵する数 km 程度の解像度で、かつ、高い計算性能を持つ全球・非静力学・大気海洋結合シミュレーションコードの開発を進めている。本シミュレーションコードは、大気、海洋各コンポーネントとも共通して、地球シミュレータセンター固体地球シミュレーショングループによって開発された陰陽格子系(1)を採用した。各コンポーネントの力学的検証のために、大気大循環シミュレーションのベンチマーク問題として知られる２次元浅水波方程式の Williamson のテスト(2)を実施し、本シミュレーションコードを検証した結果を報告する。

２．浅水波方程式

回転している球面上の浅水波方程式は、下記に示すフラックス型で記述する。

$$\frac{\partial h^* \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (h^* \mathbf{v}) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial h^* u}{\partial t} + \nabla \cdot (h^* u \mathbf{v}) - \left(f + \frac{u}{a} \tan\theta \right) h^* v + \frac{g h^*}{a \cos\theta} \frac{\partial h}{\partial \lambda} = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial h^* v}{\partial t} + \nabla \cdot (h^* v \mathbf{v}) + \left(f + \frac{u}{a} \tan\theta \right) h^* u + \frac{g h^*}{a} \frac{\partial h}{\partial \theta} = 0 \tag{3}$$

$$h = h^* + h_s \tag{4}$$

h　：参照球面上の自由表面高さ
h^*　：流体の深さ
h_s　：流体底部の山の高さ
a　：地球半径
f　：コリオリパラメータ
λ　：経度
θ　：緯度

図１に本研究で用いている陰陽格子系を示す。水平方向に Arakawa-C グリッドを採用し、空間的には２次精度中央差分、時間的には４次精度 Runge-Kutta 法を用いた。重合領域における境界上での補間には３次精度 Lagrange 補間方を用い、彭他の手法(3)を用いて、局所的かつ全球で質量が保存するように、境界における質量フラックスを調整した。計算安定化のための数値拡散や数値粘性は考慮せず、数値計算上厳しい条件下で検証を行った。

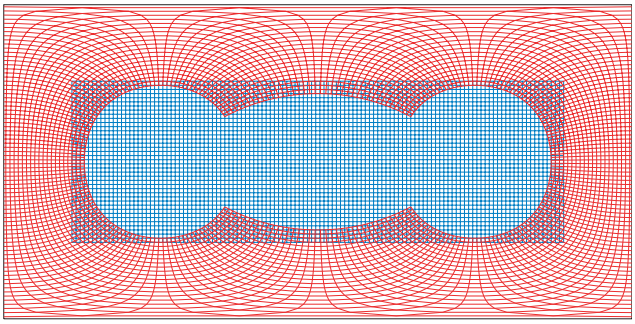

図１　陰陽格子

３．ベンチマーク問題としての Williamson テスト

Williamson テストは、球面上の大気、および海洋大循環シミュレーションの水平方向の差分スキームの精度、安定性、および保存性に関する力学的な検証問題としてよく知られている(2)。本研究では、Williamson のテストケースの中でも典型的かつ力学的に重要な以下の３つのテストケースを実施した。

ケース１：長期積分を念頭に置くため、全球での質量の保存は必須である。定常状態である剛体回転場の初期場が、維持され、かつ全球で質量が保存するかを検証する。

ケース２：孤立した山の上の帯状流の計算による、エネルギーおよびエンストロフィーの全球での保存性を評価する検証問題であり、差分スキームの２次量の保存性を検証する。

ケース３：地球上に発生する惑星波（偏西風の蛇行等）の伝播の影響が重要であることから、仮想的な惑星波として非線形バロトロピック渦度方程式の解析解である Rossby-Haurwitz 波を再現し、その伝播特性を検証する。

キーワード　数値シミュレーション、浅水波方程式、Williamson のテストケース、重合格子

連絡先　〒236-0001　神奈川県横浜市金沢区昭和町 3173-25　ＴＥＬ：045-778-5874　e-mail：ohdaira@jamstec.go.jp

４．計算結果

本報告では、３．ケース１の結果のみを示す。赤道上で 120km×120km の解像度における表面高度および速度場の初期場と５日後の場を図２に示す。格子境界上に若干ノイズが見られるが、剛体回転場は十分維持されている。また、彭の質量保存手法(3)を用いることで、全球での質量誤差が、計算機の丸め誤差程度（$O(10^{-15})$）に抑えられていることを確認している。

解像度による計算精度を検証するために、表面高度の解析解との二乗平均誤差（ℓ_2）、および局所誤差（ℓ_∞）を評価した。これらの結果を図３に示す。選択した解像度は、赤道上で 480km×480km、240km×240km、および 120km×120km の３つである。積分３日目までは、高解像度にすることで計算の精度が向上することが確認できる。誤差が増大しはじめる総ステップ数（図３上の矢印）を比較すると、解像度が高いケースから順に、613、299、142 ステップとなっており、解像度が高いケースにおけるステップ数が最も長く計算できることが確認できる。誤差が増大する原因の１つとして、格子境界上での速度の補間精度が低いことが考えられる。

５．今後の課題

図１に示した格子系では、重合部分領域間における物理量の差異と、格子境界上における補間誤差が、境界上でのノイズとして生起され計算領域に伝播していくことが予備テストで示唆されている。そのため現在、図４に示すように、重合部分を削減した格子系を考え、現在その検証を進めている。

格子境界上での速度の補間に関して、精度向上を図るとともに、渦度が保存する補間方を検討し、移流項の離散化に３次精度風上差分を導入した場合との比較検討も近く行う予定である。

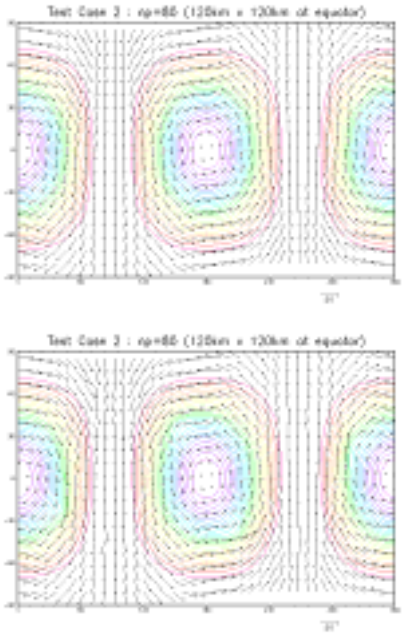

図２　表面高度、速度場（上：初期、下：５日後）

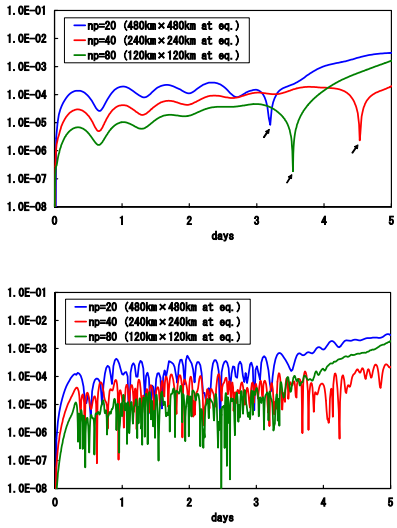

図３　誤差評価（上：二乗平均誤差、下：局所誤差）

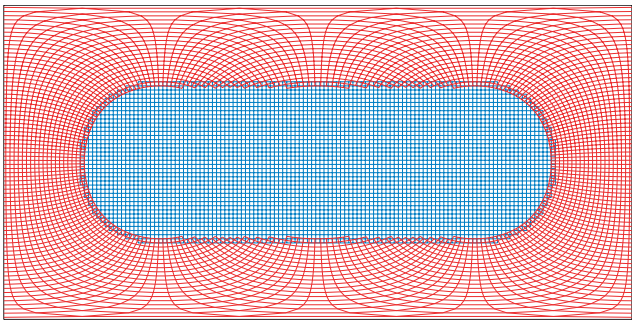

図４　重合部分を削減した陰陽格子

参考文献

(1) Akira Kageyama and Tetsuya Sato, ‘The “Yin-Yang Grid”: An Overset Grid in Spherical Geometry’, *Submitted to Geochem. Geophys. Geosyst.*, E-print: physics/0403123

(2) D. L. Williamson et al., ‘A Standard Test for Numerical Approximations to the Shallow Water Equation in Spherical Geometry’, *J. Compt. Phys.*, 102, pp.211-224(1992)

(3) 彭、肖、高橋、’球面上の高精度高効率移流計算’、 第１７回数値流体力学講演論文集、 C6-1 (2003)