

## 境界面追跡方程式を用いない自由水面流の数値解法

神戸大学大学院 正会員 ○中山 昭彦  
 ソフトウェアクレイドル 非会員 崎尾 幸司  
 神戸大学大学院 学生員 江田 智行

## 1. はじめに

非圧縮流の数値解析法の基本的方法はほぼ確立されてきている．自由水面流の計算には，VOF 法や level set 法など界面を追跡する方法が主流である．これは連続の条件から派生する運動学的条件式を，運動方程式とともに解く方法である．この界面追跡の方程式を安定にしかも保存性を保ちながら精度よく解くのは容易でない．界面の位置は，非圧縮流の連続性を満たすよう変化するわけであるから，連続式を解く段階で求められるはずである．本稿では，固定された計算格子上で，自由界面を持つ開水路流れを解く方法として，連続式を満足させる段階で界面位置を決定する方法を提案し，基礎の流れで検証し，さらに一般的開水路の 3 次元流計算への適用例を示す．界面での力学的条件は，界面の外側の格子で流速及び圧力を仮想的に定義することにより満足させる方法を採用している．現段階では界面位置は水平位置の一価関数として表わすので，水塊が分裂したり，気体を取り込むような現象には適用できない．固定直交格子を用いるが，安定した計算が可能で質量保存性も保証されることを示す．

## 2. 解法の概要

非圧縮流の差分法は，速度と圧力についての式を解く方法が一般的である．この原始変数を用いる方法では，運動方程式を連続の式に代入して得られる圧力についての Poisson 方程式を解く方法と，連続の式を満足するよう圧力を反復修正する方法がある．何れの場合もスタッガード格子を用いる場合，速度ベクトル成分は格子セル境界面で評価し，発散は境界面フラックスの積分より求める．固定計算格子を用いた計算法の場合，自由境界は一般的に計算セルを横切ることになるが，計算セルが自由界面を含む場合，速度フラックスの合計はゼロになる必要はなく，界面移動による体積変化と釣り合うことになる．本方法では，圧力解を反復により求める HSMAC 法を修正，速度と圧力の修正段階で，流体界面の移動量をフラックスの釣り合いとして求める，以下のような手法を提案する．

- i) 運動方程式を陽的に時間進行させ速度の予測値を計算する．境界面の外側の速度を，界面で応力がゼロになるよう設定することにより境界条件を満足させる．
- ii) 各計算セルのからの流出流量  $q$  を計算する．
- iii) 計算セルが界面を含まない場合，通常の HSMAC 法に従い，速度ベクトルの発散に対応して圧力を補正し，それに対するセル境界面での速度を修正する．計算セルが界面を含む場合，流量  $q$  に応じて界面を移動させる．セル中心の圧力は移動した界面でゼロになるよう決定する．

以上の方法により，界面の移流方程式を解かず，HSMAC 法の反復段階で界面の位置が計算できる．

## 3. 計算例

まず本手法検証のため，自由水面流計算の検証としてよく用いられる Standing wave に適用する．この場合の水面変動は次のような近似理論式で与えられる．

$$\eta(x,t) = a \sin kx \sin \sigma t - \frac{1}{2} a \varepsilon \coth kD \cos 2kx \left\{ \sin^2 \sigma t - \frac{3 \cos 2\sigma t + \tanh^2 kD}{4 \sinh^2 kD} \right\} \quad (1)$$

キーワード 自由水面，HSMAC 差分法，開水路流，3 次元乱流

連絡先 〒657-8501 神戸市灘区六甲台 1-1 神戸大学大学院自然科学研究科 TEL 078-803-6011

ここで $\eta$ は時間 $t$ 、水平位置 $x$ における水面変位、 $D$ は平均水深、 $k$ 、 $\sigma$ はそれぞれ波数及び角周波数、 $\varepsilon$ は初期最大水面勾配、 $a$ は振幅で粘性により減衰し、 $a(t) = a(0)\exp(-2\sigma t/\text{Re}_w)$ で与えられる。Fig.1にWave Reynolds数 $R_w = \sigma/\nu k^2 = 50$ 、 $\varepsilon = 0.3$ の場合の水面変動計算結果を、式(1)の理論解およびHodges & Street(1999)<sup>1)</sup>による計算結果と併せてプロットしてある。本計算結果は理論値と少しずれているが、Hodges & Street(1999)の計算をほぼ完璧に再現している。Fig.2は水の総体積 $Q$ の変化を初期の体積 $Q_0$ の比として表わしている。ほぼ丸め誤差の程度で一定値を保たれていることが分かる。

Fig.3は以上の方法を開水路段落ち流れ、およびトレンチ部の流れの計算に適用した結果を示す。この流れは上流端でのフルード数が約0.6で段落ち部で限界流となり、その下流で跳水が発生し、水面変動の予測が重要になる流れである。段落ち流れの場合跳水は弱いが、トレンチ流れでは勾配の大きい波が発生し逆流に近い状態になる。Fig.3(a)はLES乱流シミュレーション結果で底面および水面近傍の縦渦の発生状況も示している。

#### 4. 結言

水面変動のある非圧縮流の計算法として、界面の移流方程式を解かずに、連続条件から界面の位置を酸性する新しい反復計算法を提案し、基礎的流れで検証し、開水路流への適用例を示した。本計算法は保存性がよくまた安定に界面の位置を計算できる方法として今乱流シミュレーションへの応用が期待できる。

#### 参考文献

- 1) Hodges, B.R. and Street, R.L.: *J. Comput. Phys.*, 151, 425-457, 1999.

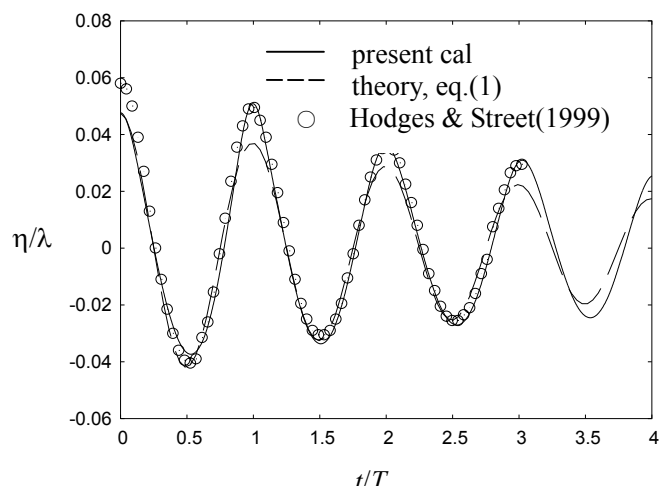


Fig.1 Standing wave surface height

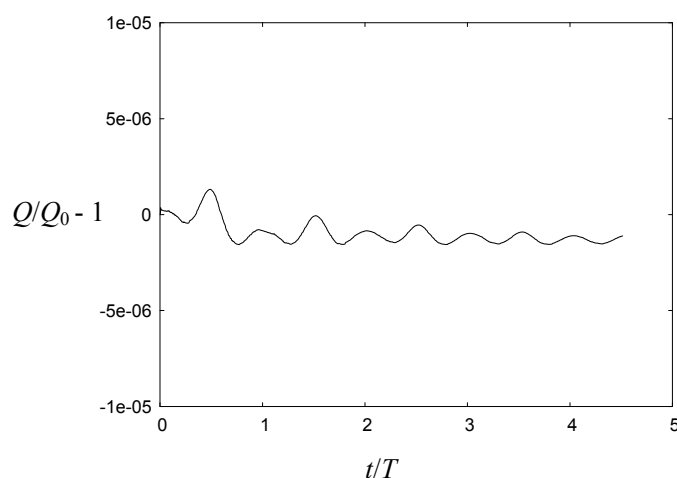
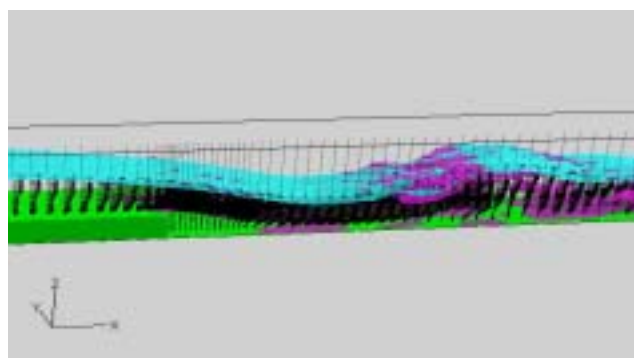


Fig.2 Change of total fluid volume.

(a) Flow over a drop



(b) Flow over a trench

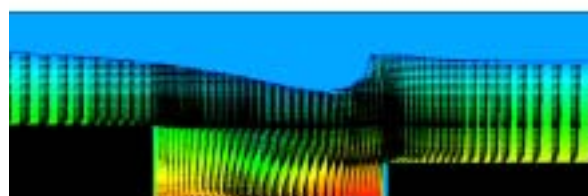


Fig.3 Examples of application of the present method to calculation of open channel flows with large surface changes.