

有限要素法による都市域の洪水氾濫解析

中央大学 学生員 岡田 岳
 中央大学 正会員 櫻山 和男
 (株)アイ・エヌ・エー 正会員 高木 利光

1. はじめに

近年,都市化に伴う雨水流出係数の増加により,都市の洪水氾濫の危険性が増している.氾濫現象を解析する方法として,浅水長波方程式を用いた数値計算が広く行われている.氾濫解析において,水際線の挙動を評価する代表的な方法としては,Euler的移動境界手法が存在する.この手法により水際線を正確に考慮するには,細密な要素分割が必要となる.しかし,解析領域全体に対して細密なメッシュを用いることは節点自由度の増大を招き,計算時間と計算機容量の面で問題となる.

そこで本研究では,Euler的移動境界手法において,水際近傍要素を細分化するアダプティブメッシュ法を適用し,比較的少ない節点自由度で水際線の挙動を正確に評価する手法の構築を行った.数値解析例として,矩形造波水槽内の水際線移動問題を取り上げ,実験値との比較により本手法の有効性を検討し,都市域洪水氾濫の適用として実際の氾濫解析を取り上げた.

2. 数値解析手法

(1) 基礎方程式と有限要素法

浅水域における移動境界問題の基礎方程式は,以下に示す浅水長波方程式で表される.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + g \frac{\partial(h + \zeta + z)}{\partial x_i} + \frac{\tau_i^b}{\rho(h + \zeta)} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} [(h + \zeta) u_i] = 0 \quad (2)$$

ここで, u_i は断面平均流速, h は水深, z は標高値, ζ は水位変動量, g は重力加速度, ρ は水の密度を示し, τ_i^b は次式で示される.

$$\tau_i^b = \frac{gn^2 \sqrt{u_j^2 u_i}}{h^{1/3}} \quad (3)$$

なお, n は Manning の粗度係数を示す.

式(1),(2)の時間微分項を前進差分近似により評価する際,Taylor展開を2次の項まで考慮するBTD(Balancing Tensor Diffusivity method)法を適用した.これに衝撃捕捉項(Shock-Capturing term)を加えることにより,式(4),(5)に示す重み付き残差方程式が得られる.

$$\int_{\Omega} u_i^* \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + g \frac{\partial(h + \zeta + z)}{\partial x_i} + \frac{\tau_i^b}{\rho(h + \zeta)} \right\} d\Omega + \frac{\Delta t}{2} \int_{\Omega} u_k^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_k} \left\{ u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + g \frac{\partial(h + \zeta + z)}{\partial x_i} + \frac{\tau_i^b}{\rho(h + \zeta)} \right\} d\Omega + \delta \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega_e} \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} d\Omega = 0 \quad (4)$$

$$\int_{\Omega} \zeta^* \left\{ \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} [(h + \zeta) u_i] \right\} d\Omega + \frac{\Delta t}{2} \int_{\Omega} \frac{\partial \zeta^*}{\partial x_j} u_j \frac{\partial}{\partial x_i} [(h + \zeta) u_i] d\Omega + \delta \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega_e} \frac{\partial \zeta^*}{\partial x_i} \frac{\partial \zeta}{\partial x_i} d\Omega = 0 \quad (5)$$

ここで, Δt は微小時間増分量を示し,各要素の積分総和項である衝撃捕捉項の安定化パラメータ δ は次式で示される.

$$\delta = \frac{\|u_i\| h_e}{2} \quad (6)$$

なお, h_e は要素サイズを示す.

式(4),(5)の時間微分項に対して前進差分近似を用い,断面平均流速 u_i と水深 h ,水位変動量 ζ ,河床標高 z の補間関数は三角形一次要素を用いて離散化を施した.これより時間ステップ n における未知量 u_i^{n+1}, ζ^{n+1} について非定常計算を行った.なお,計算コストの観点から陽解法とし,安定化手法としてマルチパス法を用いた.

(2) 移動境界手法

移動境界処理として本研究では,複雑地形に対する適用性に優れた,固定メッシュを用いる Euler 的手法を採用した. Euler 的手法とは,対象領域をあらかじめ要素分割しておき,各時間ステップにおいて各要素が陸域か水域かを判定することにより水際線を表現する方法である.アルゴリズムの詳細は参考文献¹⁾を参照されたい.

(3) アダプティブメッシュ法

アダプティブメッシュ法を用い,精度の面で問題となる水際要素に細分化を施した.通常アダプティブメッシュ法とは誤差指標を評価し,細分化要素を決定するが,本研究では単純に水際要素及びその近傍要素を細分化することとし,その手法として h 法を用いた.以下にそのアルゴリズムを示す.

図-1(a)に示す水際線が存在したとする.

1. 陸水判定により水際要素を決定する [図-1(b)].
2. 各水際要素の節点を有する要素を,その要素辺の中点を結んでできる4つの小要素に細分化する [図-1(c)].
3. 細分化要素と1つの要素辺を共有する要素 [図-1(c)要素 A,B,C,F,G,H] は2つに分割する.
4. 細分化要素と2つの要素辺を共有する要素 [図-1(c)要素 D,I] は共有しない要素辺に中点を設け,4つの小要素に分割し,共有しない要素辺を有する要素 [図-1(c)要素 E,J] を2つに分割する [図-1(d)].

なお,新節点の物理量は両端節点の平均値とした.

KeyWords: 有限要素法, Euler 的移動境界手法, アダプティブメッシュ法, 都市域洪水氾濫解析, 氾濫領域
 連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: okada18@kc.chuo-u.ac.jp

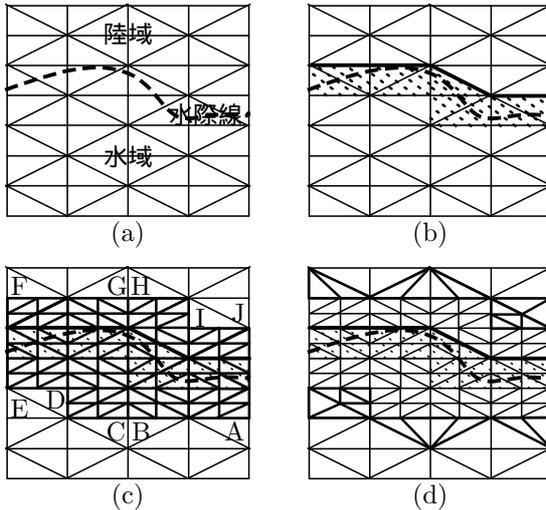


図-1 アダプティブメッシュ法

3. 数値解析例

(1) 矩形造波水槽内の水際線移動問題

アダプティブメッシュ法の有効性を検討するため、矩形造波水槽内の水際線移動問題を取り上げ、実験値との比較により本手法の計算精度について検討を行った。検討に用いた造波水槽は図-2に示す。

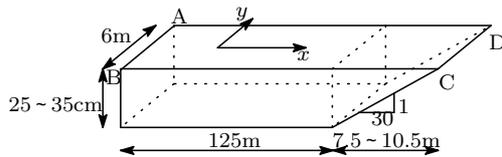


図-2 矩形造波水槽

図-2に示す水槽において、境界A-Bに入射波を与えた。入射波条件は式(7)で示される正弦波の半周期である。

$$\zeta = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right), \quad u = \sqrt{\frac{g}{h+\zeta}}\zeta \quad (7)$$

ここで、 A は振幅、 T は周期を示す。また、側面A-D、B-Cでslip条件、初期条件として静水状態を与えた。解析結果の妥当性を検討するため、遡上高さについて実験値と比較した。実験の詳細は参考文献²⁾を参照されたい。なお、斜面上の初期要素幅は2[m]の1様メッシュを用いた。また、微小時間増分量 Δt は0.001[sec]、マルチパスの反復回数は3回、陸水判定に用いる微小量 ε は0.001[m]とした。

アダプティブメッシュ法の有無による精度の推移を図-3に示す。アダプティブメッシュ法を用いることによって遡上高さの過小評価が軽減された。これは水際線付近の要素が細密であることにより、水位勾配が正確に評価されたためである。

(2) 実際の洪水氾濫解析

都市域洪水氾濫の適用として実際の氾濫解析を取り上げた。境界条件として流入境界に洪水波形流量を、流出境界に $\zeta = 0$ を与え、構造物境界としてslip条件、初期条件として定常流とした。微小時間増分量 Δt は0.01[sec]、マルチパス法の反復回数は3回、陸水判定に用いる微小量 ε は0.05[m]とした。なお、初期メッシュ幅は約2[m]である。

流入流量ピーク時の氾濫形態を図-4に示す。これより、本手法は氾濫現象を表現可能であることが分かった。

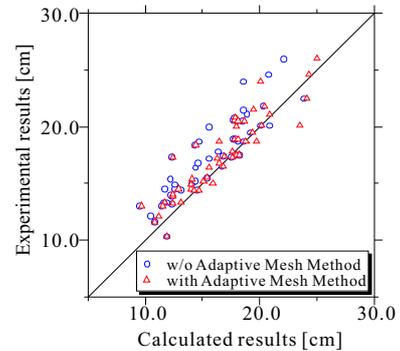


図-3 実験値と計算値の比較

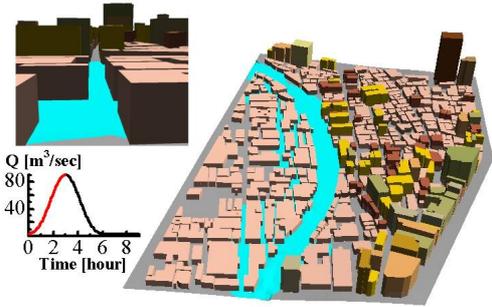


図-4 流入流量ピーク時の氾濫形態

ある領域の流入流量ピーク時の要素分割を図-5に示す。水際線の移動と共に、水際近傍要素が細分化されている。

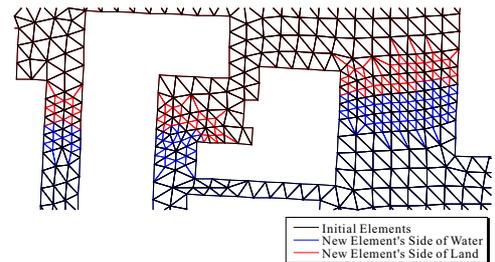


図-5 流入流量ピーク時の要素形状

4. おわりに

本研究では、Euler的移動境界手法にアダプティブメッシュ法を適用し、比較的少ない節点自由度で水際線の挙動を正確に評価する手法の構築を行った。数値解析例として、矩形造波水槽内の水際線移動問題を取り上げ、実験値との比較により本手法の有効性を検討し、都市域洪水氾濫の適用として実際の氾濫解析を取り上げた。

- 矩形造波水槽内の水際線移動問題において、遡上高さは概ね実験値と良い一致を示し、アダプティブメッシュ法の有効性も明らかになった。
- 実際の洪水氾濫解析によって本手法は洪水氾濫現象を表現可能であることが確認できた。

今後の課題として、実験、観測結果とのより詳細な比較を行い、本手法の定量的評価を行う予定である。また、流入境界条件の検討が挙げられる。

参考文献

- 1) Mutsuto Kawahara, Tsuyoshi Umetsu: 'Finite element method for moving boundary problems in river flow', *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 6, pp.365-386, 1986.
- 2) 首藤伸夫: '長波の打ち上げ高', 第13回海岸工学講演会講演集, pp.216-222, 1966.