時間-周波数解析を用いた微動の位相速度の推定のための基礎的研究

東京工業大学大学院　学生会員　○ 宇田川鎮生
東京工業大学大学院　正会員　盛川 仁

1. はじめに　現在，微動探査法を用いて地盤構造を推定する場合，周波数-波数法や空間自己相関法を用いて位相速度を推定した上で，その分散曲線を求めることが一般的である。しかし，微動源と考えられている海の波や人工震源等は必ずしも定常とは限らない。そのため，微動の非定常性が位相速度の推定精度を損なっている可能性がある。そこで，非定常な部分を取り除いて位相速度を計算することでより精度の高い位相速度を計算できると考えた。本研究では，時間-周波数解析手法のひとつである HHT (Hilbert-Huang Transform) を用いて位相速度を推定する手法を検討し，答えがわかっている単純な波形を使って，その妥当性に関する基礎的な考察を行なった。

2. 計算方法　Huang *et al.*[1] は任意の時系列波形を EMD (empirical mode decomposition) と呼ばれる方法で複数の IMF (intrinsic mode function) の和に分解した上で，IMF の各モード毎にその瞬時周波数を求め，時間-周波数分布を得る手法を提案している。k 番目の IMF をを $s_{rk}(t)$ とすると (ただし $k \in \boldsymbol{N}$)，これを実部として，そのヒルベルト変換 $s_{ik}(t)$ を虚部とする複素時系列 $z_k(t) = s_{rk}(t) + js_{ik}(t) = A(t)e^{j\phi_k(t)}$ を考える。ただし，$j = \sqrt{-1}$，$A_k(t) = \sqrt{s_{rk}^2(t) + s_{ik}^2(t)}$，　$\phi_k(t) = \arctan(s_{rk}(t)/s_{ik}(t))$ である。$s_{rk}(t)$ の瞬時周波数 $\omega_k(t)$ は $\omega_k(t) = \frac{d\phi_k(t)}{dt} = \frac{1}{A_k^2(t)}(s_{rk}(t)\cdot\frac{ds_{ik}(t)}{dt} - s_{ik}(t)\cdot\frac{ds_{rk}(t)}{dt})$ によって求められる。このとき，時間-周波数平面上の点 $(t, \omega_k(t))$ に振幅 $A_k(t)$ をとった関数 $U(t,\omega)$ によって時間-周波数分布が与えられる。

距離 d だけ離れた 2 地点で観測された定常な 2 つの波形の k 番目の IMF から求められる位相角及び瞬時周波数をそれぞれ $\phi_{\ell k}(t)$，$\omega_{\ell k}(t)$ とおく。ただし，ℓ は観測点の番号で $\ell = 1, 2$ である。このとき，見かけの位相速度 $C(\omega)$ は，

$$C(\omega) = \frac{d}{2}\cdot\frac{\omega_{1k}(t) + \omega_{2k}(t)}{|\phi_{1k}(t) - \phi_{2k}(t)|} \tag{1}$$

によって求められる。(1) 式において，2 地点の瞬時周波数の平均値を求めているのは HHT によって求められる瞬時周波数が 2 地点で厳密には一致しないことに配慮したものである。

次に，2 地点で観測された時系列波形が非定常である場合を考える。位相速度を求めるにあたっては，定常な区間を抽出したのち，その区間毎に (1) 式を適用することとなる。定常な区間の抽出にあたっては，各観測点での時間-周波数分布 $U_\ell(t,\omega)$　$(\ell = 1, 2)$ の比が 1 に近いであろうという条件を用いる。すなわち，$U_2(t,\omega)/U_1(t,\omega) \approx 1$ を満足する空間 $S = \{(t,\omega) \in \boldsymbol{R}^2; U_2(t,\omega)/U_1(t,\omega) \approx 1\}$ 上の時間-周波数分布のみを抽出するのである。数値計算を安定して実行する為には空間 S は $U_2(t,\omega)/U_1(t,\omega)$ の値に対して 1 のまわりにある程度の幅をもって決定される必要がある。以下の数値計算例では，便宜上，$0.5 < U_2(t,\omega)/U_1(t,\omega) < 2$ とした。

3. 数値計算例

3.1 定常時系列波形への適用例　異なる振動数，位相速度を有する 2 つの正弦波，すなわち円振動数 $\omega = 2$ (rad/s)，位相速度 $C(\omega = 2) = 66.7$ (m/s) および $\omega = 12$ (rad/s)，$C(\omega = 12) = 250$ (m/s) なる正弦波，によって構成される定常波が 100m 離れた 2 地点間を伝播したものとして，各点での観測波をシミュレートし，その位相速度を上記の手法によって推定した。なお，2 つの正弦波の位相角は一方の地点で確定的に 0 とした。HHT によって求められた瞬時周波数を図 1 に，(1) 式から求められた位相速度を図 2 に示す。図 1 では 2 つの正弦波しか与えていないにもかかわらず，Site 1 では 3 つ，Site 2 では 4 つの IMF に分解されている。しかし，3 次以上の IMF の振幅は，一般に他の有意な IMF に比べて十分に小さく，これらが数値計算上の誤差であることは容易に判別できると考えている。図 2 には与えられた位相速度も同時にプロットしているが，提案手法によって求められた位相速度は，与えた位相速度のまわりでばらついており，そのばらつきのほぼ中心が真値に対応しているように見える。このことから，定常波が伝播する問題では，HHT を用いることにより，位相速度を直接推定可能であることがわかる。

Keywords: 非定常過程，位相速度，微動，Hilbert-Huang Transform (HHT)，瞬時周波数
〒 226-8502 横浜市緑区長津田町 4259-G3-7 (e-mail: udagawas@enveng.titech.ac.jp)

3.2 非定常時系列波形への適用例　　非定常な波形が 2 地点間を伝播しており，その波形が観測されたものとして位相速度を求めた。表 1 に波形の構成，図 3 に Site 1 と 2 でそれぞれ観測された波形，図 4 に瞬時周波数，図 5 に抽出された定常とみなされる区間，図 6 に推定された位相速度を事前に与えた値とともに示した。図 5 の色がついている部分は，表 1 の〇にほぼ対応すべきであるが，必ずしも全ての部分が抽出されているわけではない。このことは，図 6 において位相速度が 1000 (m/s) より速い波が正しく検出されていないことに対応している。これは，時間の分解能が波の伝播による時間ずれに対して不十分であることが原因と考えられ，従来の位相速度の推定法でも経験される現象である。500 (m/s) 以下の位相速度の波は，真値のまわりによく集まっており，正しく位相速度が推定されていることがわかる。

	2[rad/s]	3.5[rad/s]	5.024[rad/s]	9.42[rad/s]	12[rad/s]
	4000[m/s]	2000[m/s]	1000[m/s]	500[m/s]	250[m/s]
0s∼5s	〇		〇		
5s∼10s	〇	〇	〇		
10s∼15s	〇	〇		〇	
15s∼20s	〇			〇	〇

表 1 非定常時系列波形の構成

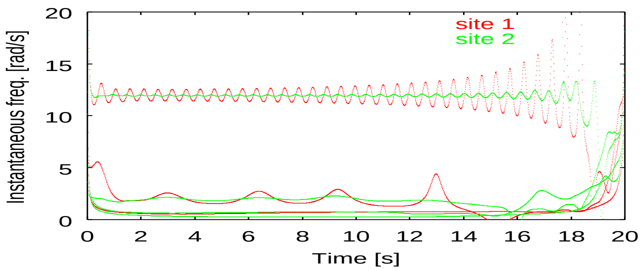

図 1　定常波の瞬時周波数

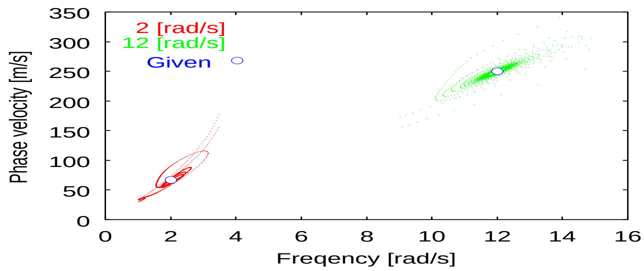

図 2　定常波の位相速度の推定結果

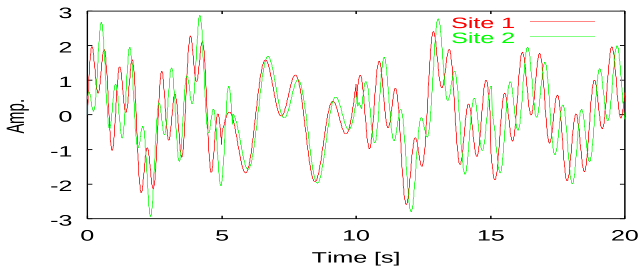

図 3　解析対象とした非定常波

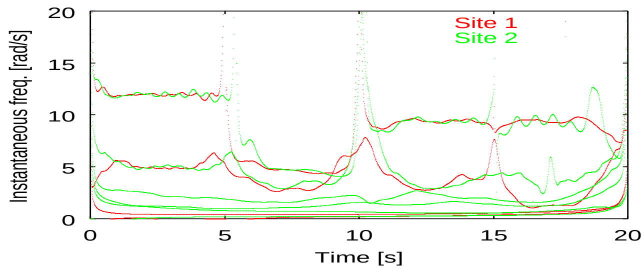

図 4　非定常波の瞬時周波数

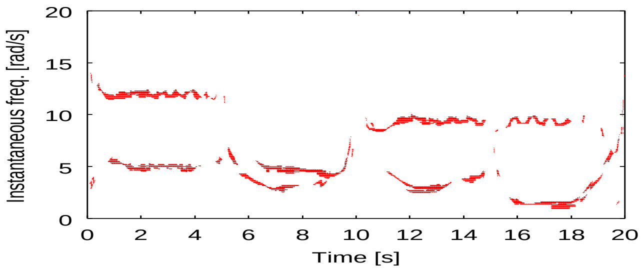

図 5　抽出された定常区間

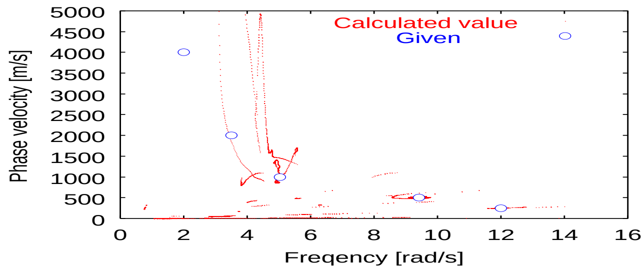

図 6　非定常波の位相速度の推定結果

4. まとめ　　本研究では，時間-周波数解析の一つである HHT を用いて位相速度を算出する手法について検討した。この方法によって時間的に振動数特性が変化するような非定常波が伝播するような場合でも定常な区間を抽出することにより位相速度を推定できることがわかった。しかし，空間的なエイリアジングの問題や時間の分解能と位相速度の関係による推定精度の低下等についてより詳しい検討を要することも明らかになった。また，提案手法は，定常な区間を抽出するという考え方に基づいているため，周波数特性等の波形の特性が時間に対して連続的に変化するような波形から位相速度を推定することはできないことに注意が必要である。今後は従来から用いられている手法との比較や，実観測記録への適用を試みていく予定である。

参考文献

1) Huang *et al.*, *Proc.Royal Society of London*, Series A, Vol. 454, 1998, pp.903–995.