

ALE 並列安定化有限要素法による回転する物体周りの流れ解析手法の構築

中央大学大学院 学生員 ○河路 薫
中央大学 正会員 檜山 和男
中央大学 正会員 志村 正幸

1. はじめに

風車のような回転する物体周りの数値解析を行う場合、解析領域を回転領域、固定領域とそれらの領域をつなぐ連結領域の3つに分けて考える。その連結領域では、回転領域内での節点の移動にともない連結領域内の要素形状が崩れていき (Break Down 現象)、計算が破綻してしまう。その問題を解決する方法として、Shear-Slip Mesh Update Method(SSMUM) ^{1) 2)} が提案されており、回転する物体周りの流れ解析に有効に用いられている。

そこで本論文では、回転する物体周り流れ解析を高精度に行うため、ALE 安定化有限要素法に SSMUM を導入し、その有効性を検討するものである。なお、安定化手法には SUPG/PSPG 法 ³⁾ を用いた。流れの基礎方程式の離散化過程で導かれる非線形方程式に対しては、Newton-Raphson 法を用いて線形化を施しており、連立一次方程式の解法には Element-by-Element に基づく GMRES 法を用いた。

2. 解析手法

(1) 基礎方程式

ALE 法によって記述された非圧縮性粘性流体の運動方程式と連続式はそれぞれ以下のように表される。

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - f_i \right) - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

u は流速, $\bar{u}$ は相対流速, p は圧力, ρ は密度, f は物体力を表している。ここで、応力テンソル σ_{ij} は以下の式で表される。

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (3)$$

ここで、 μ は粘性係数である。

(2) 基礎方程式における安定化有限要素法

基礎方程式 (1), (2) に対して、SUPG/PSPG 法 ³⁾ に基づく安定化有限要素法を適用し、P1/P1 要素を用いて補間を行うと以下の有限要素方程式が得られる。

$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}_\delta) \frac{\partial u_i}{\partial t} + (\mathbf{K}(\bar{u}_j) + \mathbf{K}_\delta(\bar{u}_j)) u_i - (\mathbf{G} + \mathbf{G}_\delta) \frac{1}{\rho} p + \nu \mathbf{S} u_j - (\mathbf{N} + \mathbf{N}_\delta) f_i = 0, \quad (4)$$

$$\mathbf{G}^T u_i + \mathbf{M}_\varepsilon \frac{\partial u_i}{\partial t} + \mathbf{K}_\varepsilon(\bar{u}_j) u_i - \mathbf{N}_\varepsilon + \mathbf{G}_\varepsilon \frac{1}{\rho} p = 0, \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{M}$, $\mathbf{K}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{S}$, $\mathbf{N}$ は係数行列であり添字 δ , ε はそれぞれ SUPG 項, PSPG 項に起因するものを表す。

(3) Shear-Slip Update Method

連結領域の要素は、回転領域内の節点の移動により要素形状が図-1のように崩れてしまう。Shear-Slip Mesh Update Method(SSMUM) は、この要素形状を崩すことなく解析を行える手法である (図-2)。

図-3の(a)に示された斜線部分がいわゆる連結領域であり、この部分において要素形状の更新を行っていく。図-3の(b)に示すように、まず、 t_n^+ の状態から考える。 t_{n+1}^- に示すような形状になったとき、連結領域の要素の結合関係を変え、 t_{n+1}^+ に示す要素形状に変換する。この作業を繰り返し行うことで、連結領域での要素形状を壊さないで保つことが可能となる。また、任意の回転変位に対しても要素形状を壊すことなく変換できるようにした。

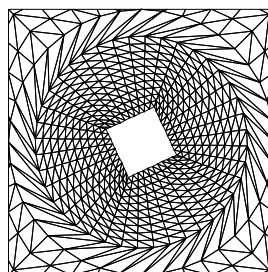


図-1 SSMUM 導入前

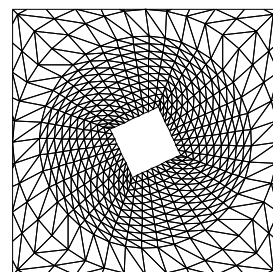


図-2 SSMUM 導入後

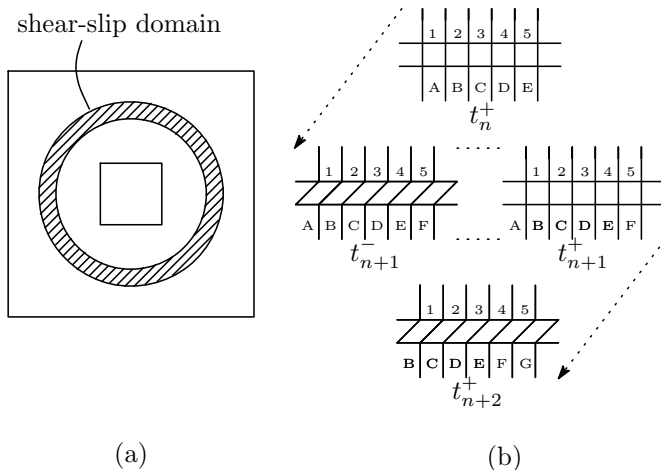


図-3 連結領域部 (斜線部分) と連結領域の節点の変換

(4) 並列計算手法

大規模な問題への適用を可能にするため、分散メモリー型並列計算機を用いた領域分割法に基づく並列計算手法を導入している。各プロセッサは割り当てられた部分領域のデータしか記憶しておらず、省メモリーに計算を行うことができる。各プロセッサは要素毎のベクトルの全体系への重ね合わせに隣接間プロセッサ間通信、内積計算を行う際に

KeyWords: 並列安定化有限要素法, ALE 法, Shear-Slip Mesh Update Method

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: kawaji33@civil.chuo-u.ac.jp

全プロセッサ間通信を行う。これらの通信ライブラリーには MPI(Message Passing Interface) を用いている。なお、領域分割法には Greedy アルゴリズムに基づく自動領域分割法を用いた。

3. 数値解析例

(1) 解析条件

数値解析例として、静的な風車翼周りの流れ解析を行う。図-4 に解析領域と解析条件、図-5 に解析に用いた有限要素分割図を示す。有限要素分割には、総節点数：58846、総要素数：115277 のものを用いた。境界条件として、流入流速 $u = 1.0[m/s]$ を与えており、計算条件は $\rho = 1.19(kg/m^3)$, $\nu = 1.7969 \times 10^{-5}(kg/s/m)$, $\Delta t = 0.005(s)$ である。

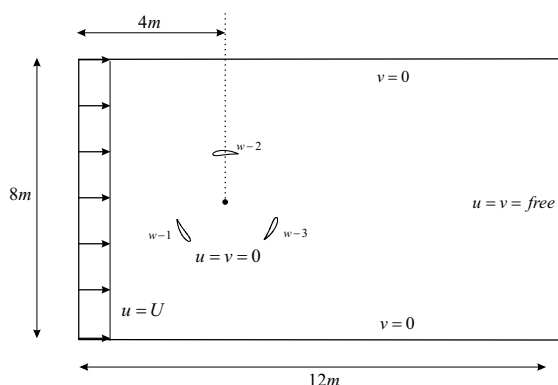


図-4 解析対象領域と解析条件

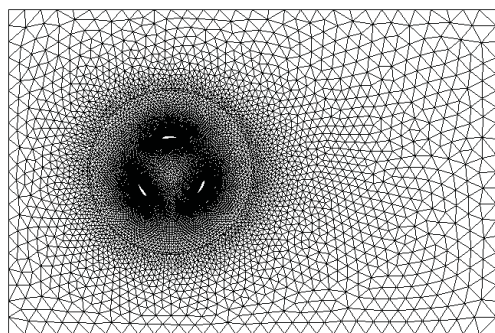


図-5 有限要素分割図(総要素数:58846, 総節点数:115277)

(2) 解析結果

図-6, 図-7 は静止翼周りの流れ解析を行ったときの圧力コンター図と流線図である。各翼(w-1,w-2,w-3)からそれぞれ大きさの異なった渦が放出されており、また、安定に計算が行われているのがわかる。また、静的の並列計算手法の妥当性も確認できた。一番手前の翼(w-1)による渦がもっとも強く現われており、図-9 から抗力・揚力ともに一番大きな値を示していることがうかがえる。このことから、翼の位置によって流れに大きな差異が生じることが予想される。

Shear-Slip Mesh Update Method を用いた回転する物体周りの解析結果は講演時に示すものとする。

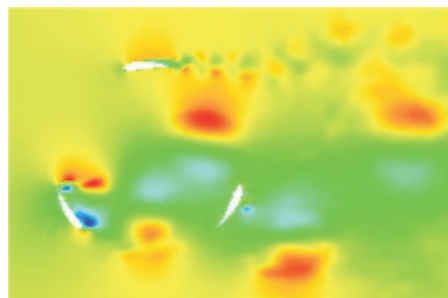


図-6 圧力コンター図(t=25[s])

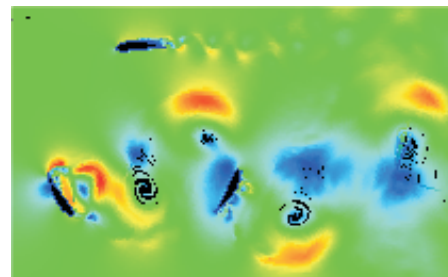


図-7 流線図(t=25[s])

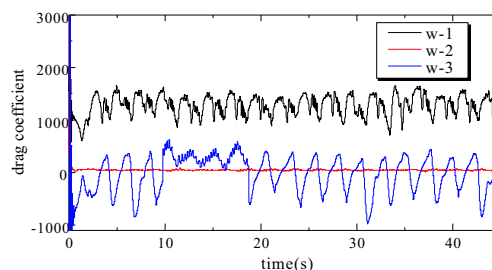


図-8 各翼での抗力

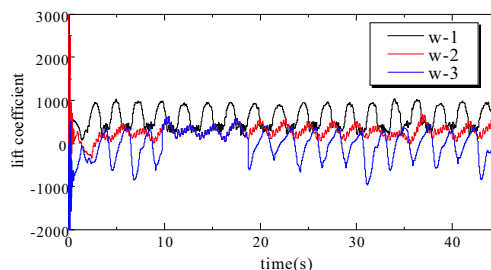


図-9 各翼での揚力

4. おわりに

本論文では、ALE 安定化有限要素法による回転する物体周りのための解析手法の構築を行い、解析例として静止している翼周りの流れ解析を行った。

今後の課題として、Shear-Slip Mesh Update Method を導入し、自励発進をともなう風車の構造流体連成解析を行っていく予定である。

参考文献

- 1) M.Behr, T.Tezduyar: The Shear-Slip Mesh Update Method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*:174, pp261-274, 1999
- 2) M.Behr, D.Arora: Shear-Slip Mesh Update Method: Implementation and Applications, *Computer Methods in Biomech. and Biomed. Engineering* 6, pp113-123, 2003
- 3) T.E.Tezduyar: Stabilized Finite Element Formulations for Incompressible Flow Computations, *Advances in Applied Mechanics, Volume 28*, pp1-44, 1991.