

大規模境界解析法のための境界要素自動生成手法の開発

福井大学大学院 学生会員 ○ 上田 哲也
福井大学大学院 正会員 福井 卓雄

1 はじめに

本研究は、大規模境界要素解析を目標とした、境界要素自動生成手法の開発を目的としたものである。著者らは、すでに、陰関数で表される一般の曲面上において境界要素を自動生成する方法を提案し、球面でその有効性を確認した [1]。本研究では、場所により曲率の変化する一般の曲面にこれを適用する。また、この方法より得られた境界要素を用いて Laplace 方程式の外部 Neumann 問題を扱い、その境界要素が良質なものであるかどうかを検証する。

2 境界要素の自動生成手法

著者らの提案する境界要素の自動生成手法 [1] の手順は以下のとおりである。

1. 確率微分方程式を使って、曲面上に必要な個数のサンプリング点をとる。曲面のバブルメッシュ法 [2] により曲率の大きな箇所を点に密に配置する。
2. 得られたサンプリング点の集合を 8 分木によって構造化する。境界要素の生成は、8 分木を葉から根に向けてたどることにより実行する。すなわち、部分的な境界分割をつなぎあわせて全曲面の分割を作成する。
3. 葉のセルに含まれるサンプリング点の図心と平均法線方向からセルに含まれる曲面の近似平面を作成する。この近似平面は、次のステップで用いられる Delaunay 三角形分割に利用される。
4. バブルメッシュ法により、セル内の曲面上の点の分布を均質化する。
5. 木を上昇し、隣接するセルに含まれる曲面の分割を接合する。なめらかな接合を得るためには、セル内の曲面上の点の分布が十分に均質化されていることが必要である。
6. 木を上昇して根に至れば、全曲面の分割が終了する。

3 曲面分割の例

この方法で楕円体面を分割した例を図-1 に示す。いずれの場合も、比較的均質な要素分割が得られている。

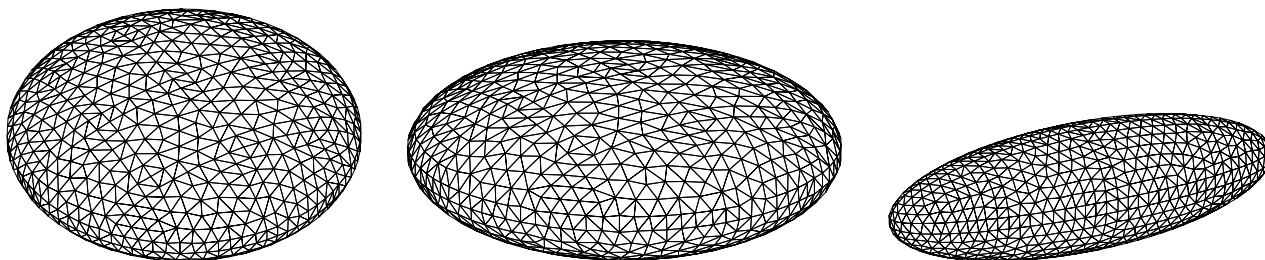


図-1 回転楕円体の要素分割：接点数 1000、要素数 1996

4 境界積分方程式

次にこの方法で得られた境界要素を利用して、Laplace 方程式の外部 Neumann 問題を扱う。Laplace 方程式の解 u は、点 x が境界上にあるとき、Green 公式

$$\frac{1}{2}u(x) = \int_{\partial B} G(x, y)s(y) dS_y - \int_{\partial B} S(x, y)u(y) dS_y, \quad G(x, y) = \frac{1}{4\pi|x-y|}, \quad S(x, y) = \frac{\partial G(x, y)}{\partial n_y} \quad (1)$$

を満足する。ここに、 s は境界上の Neumann データ $\partial u/\partial n$ である。 G は基本特異解、 S は第二基本特異解である。式 (1) は、適当な境界条件が与えられるとき、未知の境界値に関する積分方程式となっている。この積分方程式を N 個の近似基底 $\phi_i, (i = 1, 2, \dots, N)$ を用いて次のように $u(x), s(x)$ を近似する。

$$u(x) = \sum_i^N \phi_i(x)u_i, \quad s(x) = \sum_i^N \phi_i(x)s_i \quad (2)$$

これを積分方程式に適用し、境界上の N 個の点について満足させると次のようになる。

$$\frac{1}{2}u(x_i) = \sum_j^N A_j(x_i)s_j - \sum_j^N B_j(x_i)u_j, \quad A_i(x) = \int_{\partial B} G(x, y)\phi_i(y)dS_y, \quad B_i(x) = \int_{\partial B} S(x, y)\phi_i(y)dS_y \quad (3)$$

ここに $A_i(x), B_i(x)$ は影響関数である。

5 計算例

回転楕円体の境界の外部 Neumann 問題 (境界条件 $s = n_x$) を解いた結果を図-2 に示す。滑らかな境界上の解の値が得られている。

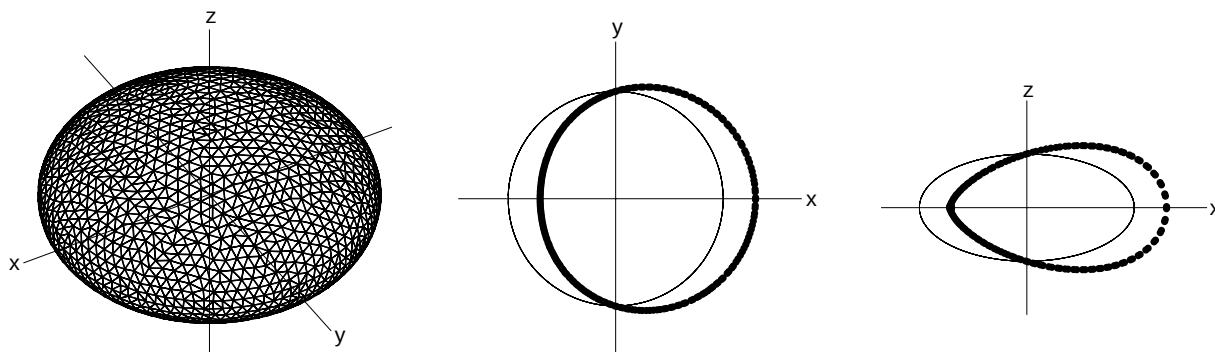


図-2 回転楕円体の解析例（接点数 2000, 要素数 3996）

6 おわりに

今回、曲率の変化する物体の境界要素を自動生成することができた。得られた境界要素を用いて解析を行い、この境界要素は良質なものであることが証明できた。今後の課題として 8 分木で構造化したとき近似平面がセルに 2 面できる可能性のあるトーラス面の境界要素の自動生成が挙げられる。

参考文献

- [1] 福井卓雄：確率的サンプリング法を利用した任意曲面の境界要素モデル作成手法：計算数理工学コンファレンス論文集 Vol.3, 2003.
- [2] Kenji Shimada, David C. Gossard：Automatic Triangular Mesh Generation of Trimmed Parametric Surfaces for Finite Element Analysis: *Computer Aided Geometric Design*, Vol.15, No.3, pp. 199-222, 1998.