

道路橋振動の ARMA モデルによる実現と交通振動レベル予測への適用

東京鐵骨橋梁 正会員 ○木村 啓作
長崎大学工学部 フェロ - 岡林 隆敏

日本構造橋梁研究所 正会員 古川 毅
長崎大学工学部 正会員 奥松 俊博

1. はじめに

道路橋交通振動解析を行う場合，一般的にFEMによるモデル化が用いられるが，既存橋梁のモデル化には，部材の計測・断面算定など煩雑な作業が伴う．そこで，道路橋交通振動レベル¹⁾の予測を目的としてARMAモデルを用いた手法を提案した．本研究は，衝撃加振による道路橋の観測データに基づき構造同定を行い，得られるパラメータを用いて構造モデルを構成し交通振動レベルを予測するものである．

2. 対象橋梁および車両モデルと路面凹凸モデル

対象橋梁として図 - 1 に示す補剛ア - チ橋を考える．車両モデルは図 - 2 に示すように 1 自由度系でモデル化した．車両の諸元を表 - 1 に示す．

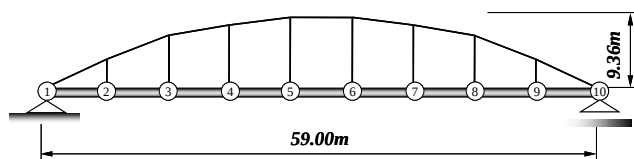


図 - 1 補剛ア - チ橋

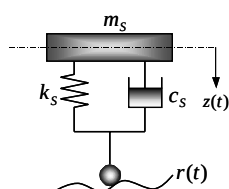


図 - 2 車両モデル

表 - 1 車両諸元

重量 (kN)	196
固有振動数 (Hz)	3.0
減衰定数	0.03

速度 v で移動する車両から見た路面凹凸モデル¹⁾のパワースペクトル密度は次式で規定される．

$$S_r(\omega) = \frac{S_0}{\omega^2 + \beta^2} \quad (1)$$

ここに， $S_0 = 2\pi v A$ ， $\beta = 2\pi v \alpha$ ， $\omega = 2\pi v \Omega$ であり， Ω は単位長さ当たりの凹凸数 (c/m)， A は路面凹凸の良否を表す定数 ($\text{cm}^2/(\text{m}/\text{c})$)， α は実測より決定されるパラメータである．

3. 多次元 ARMA モデルによる道路橋交通振動解析法

1) 多次元 ARMA モデルによる構造同定

多入力多出力の振動方程式を多次元 ARMA モデルで表すと次式のようにになる．

$$y(k) = -\sum_{q=1}^s G_q y(k-q) + \sum_{q=1}^s R_q f(k-q) \quad (2)$$

入力を 1 点に作用する衝撃加振とすると，出力はインパルス応答となる．入力 $f(k)$ と出力 $y(k)$ は次式のようにになる．

$$f(k) = \begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}, y(k) = \begin{cases} h(k) & k=1,2,\dots \\ 0 & k \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

(2)，(3) 式より，衝撃加振を入力とする場合の出力から ARMA パラメータを算出することができる．ここで，誤差を最小とする最小二乗法を考えると，

$$\theta = (H^T H)^{-1} H h \quad (4)$$

となり，ARMA パラメータ $G_1 \sim G_s$ ， $R_1 \sim R_s$ が同定される．ここに， θ は ARMA パラメータ， H は入出力から構成されるマトリクス， h は出力から構成されるマトリクスである．これより可観測変換された方程式を得る．

$$\hat{x}(k+1) = \hat{A}\hat{x}(k) + \hat{B}f(k), y(k) = \hat{C}\hat{x}(k) \quad (5)$$

2) 確定論による道路橋交通振動レベル予測法

1 自由度系車両の離散系方程式と接地力は次のようになる．

$$z(k+1) = \hat{A}_z z(k) + \hat{B}_z \hat{C}\hat{x}(k+1) + \hat{D}_z r(k) \quad (6)$$

$$f(k) = \hat{E}_z z(k) - \hat{E}_z y_v(k) - \hat{E}_z r(k) \quad (7)$$

ここに，

$$z(k) = [z(k) \quad \dot{z}(k)]^T, r(k) = [r(k) \quad \dot{r}(k)]^T, \hat{E}_z = m_s [\omega_0^2 \quad 2h_0\omega_0]$$

ω_0 ， h_0 は車両の固有円振動数と減衰定数， $r(t)$ は路面凹凸， y_v は車両直下の橋梁の鉛直変位である．接地力を受ける橋梁系の方程式は次式で表される．

$$\hat{x}(k+1) = (\hat{A} - \hat{B}\hat{E}_z\hat{C})\hat{x}(k) + \hat{B}\hat{E}_z z(k) - \hat{B}\hat{E}_z r(k) \quad (8)$$

状態変数を $X(k) = [x(k) \quad z(k)]^T$ とすると，(6) 式，(8) 式より橋梁—車両系の方程式が得られる．

$$X(k+1) = A_X X(k) + B_X r(k) \quad (9)$$

$$y_v(k) = \hat{C}\hat{x}(k) \quad (10)$$

なお，車両位置は観測点と同一地点である．

3) 不規則振動論による道路橋交通振動レベル予測法

不規則振動論における，橋梁系方程式と車両—路

キ - ワ - ド：橋梁振動，交通振動レベル，構造同定，ARMA モデル，

連絡先：長崎大学工学部 (〒852 - 8521 長崎市文教町 1 - 14, Tel 095-819-2615, Fax 095-819-2627)

面系方程式は次式のようになる．

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = (\hat{\mathbf{A}} + \hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{E}}_x\hat{\mathbf{C}})\hat{\mathbf{x}}(k) + \hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{E}}_z\mathbf{z}(k) + \mathbf{w}_x(k) \quad (11)$$

$$\mathbf{z}(k+1) = \hat{\mathbf{A}}_z\mathbf{z}(k) + \hat{\mathbf{B}}_z\hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{x}}(k+1) + \mathbf{w}_z(k) \quad (12)$$

ここに, $\mathbf{z}(k) = [z(k) \quad \dot{z}(k) \quad r(k)]^T$ であり, $\mathbf{w}_x(k)$, $\mathbf{w}_z(k)$ はそれぞれ白色雑音過程である．状態変数を $\mathbf{X}(k) = [\mathbf{x}(k) \quad \mathbf{z}(k)]^T$ とすると, (11), (12)式より橋梁—車両—路面系の方程式を構成できる．

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{A}_X\mathbf{X}(k) + \mathbf{G}\mathbf{W}_X(k) \quad (13)$$

応答の共分散を $E[\mathbf{X}(k+1)\mathbf{X}^T(k+1)] = \mathbf{R}_X(k+1)$ と定義すると, 共分散方程式が得られる．

$$\mathbf{R}_X(k+1) = \mathbf{A}_X\mathbf{R}_X(k)\mathbf{A}_X^T + \mathbf{G}\mathbf{Q}_X(k)\mathbf{G}^T \quad (14)$$

(14)式の定常応答は, 次式により収束計算を行うことで求めることができる．

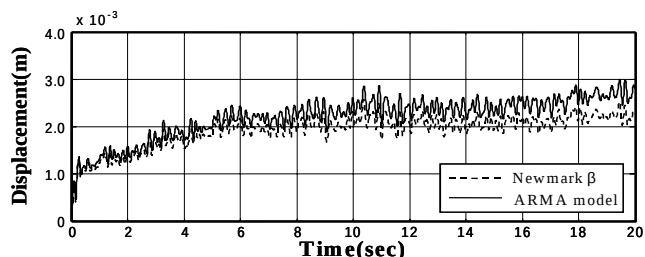
$$\mathbf{R}_X(k+1) = \mathbf{R}_X(k) + \mathbf{A}_X^{2k}\mathbf{R}_X(k)\mathbf{A}_X^{2kT} \quad (k=0,1,2,\dots) \quad (15a)$$

$$\mathbf{R}_X(0) = \mathbf{G}\mathbf{Q}_X(0)\mathbf{G}^T \quad (15b)$$

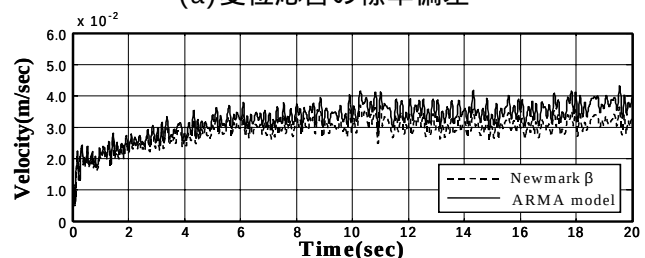
4. 道路橋交通振動レベル予測シミュレーション

1) 確定論による解析結果

着目点を節点とした場合の解析結果について述べる．観測データは, 数値積分法(Newmark β 法)により得られた衝撃応答として橋梁系方程式を構成した．確定論による手法を用いてモンテカルロシミュレーションを行った結果を図-3に示すが, 100回分の交通振動解析を行い, 標準偏差を算出した．実線はARMAモデル, 破線はNewmark β 法による結果である．ARMAモデルによる結果は, 変位, 速度ともに若干高い傾向にあるが, 全体的に良い一致を示している．



(a) 変位応答の標準偏差



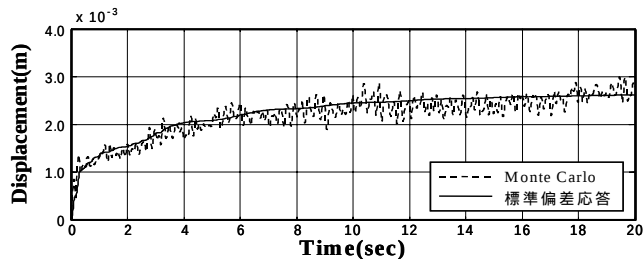
(b) 速度応答の標準偏差

図-3 モンテカルロシミュレーション

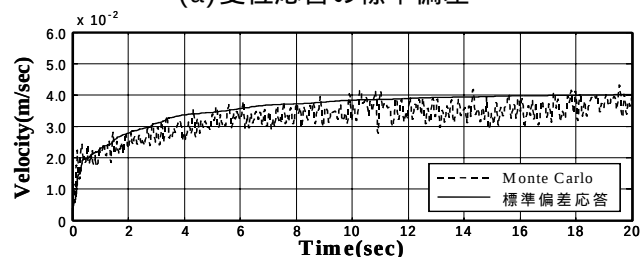
2) 不規則振動論による解析結果

不規則応答解析による結果を図-4に示す．実線は不規則応答解析による標準偏差応答, 破線は確定

論によるモンテカルロシミュレーションである．変位, 速度ともに良い一致を示し, 同等の振動レベルが得られることが確認できる．定常応答解析を行った結果を図-5に示す．一点鎖線は定常応答解析による定常解, 実線は不規則応答解析による標準偏差応答である．変位, 速度ともに時間の経過に伴い, 標準偏差応答は定常解に近づき, 同等の振動レベルが得られることが確認できた．

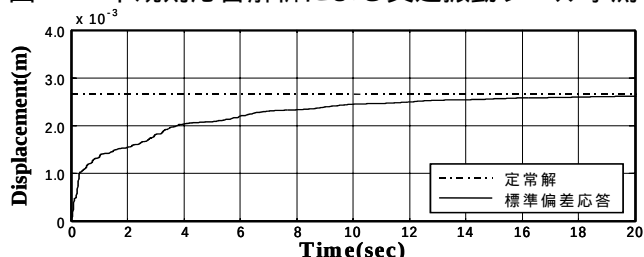


(a) 変位応答の標準偏差

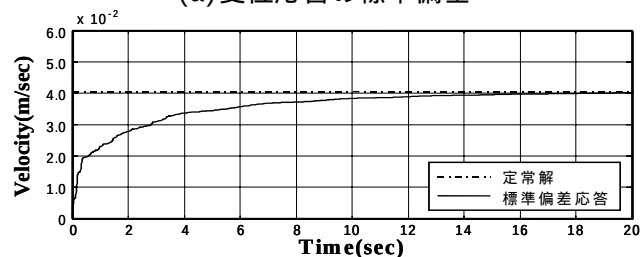


(b) 速度応答の標準偏差

図-4 不規則応答解析による交通振動レベル予測



(a) 変位応答の標準偏差



(b) 速度応答の標準偏差

図-5 定常応答解析による交通振動レベル予測

5. まとめ

本論文では, ARMAモデルによる道路橋交通振動解析手法の提案し, シミュレーションにより有効性を評価した．本手法により, 衝撃応答を用いることで容易に交通振動レベルを予測することが可能である．[参考文献]1)岡林, 岡谷, 呉, 古川: 共分散方程式による道路橋交通振動における加速度応答解析, 構造工学論文集, Vol.48A, pp.339-348, 2002年3月