常時微動による構造物の 2 段階高精度振動特性自動推定法

長崎大学大学院　学生会員　○房前慎一　　長崎大学工学部　フェロー　　岡林隆敏
長崎大学工学部　学生会員　　舩原祐樹　　長崎大学工学部　正 会 員　　奥松俊博

1．はじめに

振動特性の変化から構造物の健全度評価を行うためには, 常時微動から微細な振動特性の変化を高精度に推定することできる手法の確立が必要である．本研究は，ARモデルによる 1 段階推定[1]，ARMAモデルと自己相関関数曲線適合による 2 段階推定を用いて, 橋梁の常時微動から振動特性を自動推定する構造同定手法を開発し，その有効性の検証と推定精度の比較検討を行ったものである．

2．振動特性推定手法

1）振動特性推定手法の流れ

振動特性推定手法の流れは，まず常時微動より自己相関関数を算出し，AR モデルより振動数と減衰定数を推定する. 次に多自由度系をバンドパスフィルタにより 1 自由度系に還元する．次に分割された各次数の振動データ基づいて，ARMA モデルおよび自己相関関数曲線適合を用いて振動特性を 2 段階推定する．この振動特性推定手法の流れを図-1 に示す．

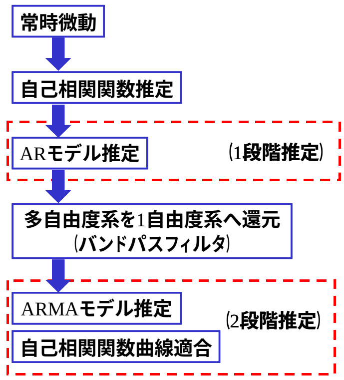


図-1 振動特性推定手法の流れ

2）1 段階推定（AR モデル）

運動方程式より AR モデルは次式のようになる．

$$y(k)+\sum_{s=1}^{n} a_s y(k-s)=e(k) \qquad (1)$$

この AR モデルの特性方程式と根の関係は,

$$z^n - a_1 z^{n-1} - a_2 z^{n-2} - \cdots - a_n = 0\ ,\ z = X_{\mathrm{Re}}^{k} \pm iX_{\mathrm{Im}}^{k} \qquad (2)$$

である．特性方程式の実部 X_{Re} と虚部 X_{Im} より，振動数と減衰定数を推定することができる．

$$h_k\omega_k = (-1/\Delta)\log\sqrt{X_{\mathrm{Re}}^2 + X_{\mathrm{Im}}^2}$$
$$\omega_k\sqrt{1-h_k^2} = (1/\Delta)\tan^{-1}(X_{\mathrm{Im}}/X_{\mathrm{Re}}) \qquad (3)$$

（ω_k ：振動数， h_k ：減衰定数， Δ ：時間刻み）

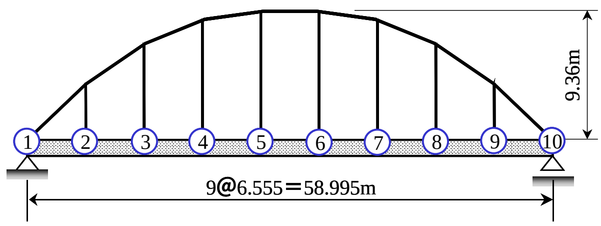


図-2 解析モデル

表- 1 解析モデルの諸元

形式		補剛桁橋
支間長	$L(m)$	58.995
ライズ	$f(m)$	9.36
補剛桁の断面積	$A_1(m^2)$	2.24×10^{-2}
拱助 の断面積	$A_2(m^2)$	2.24×10^{-2}
曲げ剛性	$EI(kN\cdot m^2)$	1.74×10^{4}
桁全重量	$W(kN)$	149.74
格間数		9

表- 2 固有振動数

	固有振動数（Hz）
1 次	1.742
2 次	2.558
3 次	4.018
4 次	6.355
5 次	9.734
6 次	13.616
7 次	17.607
8 次	20.763

3）2 段階推定（ARMA モデル，自己相関関数曲線適合）

AR モデルにより推定された振動数を用いて，バンドパスフィルタの位置を自動的に設定する．バンドパスフィルタにより多自由度系を 1 自由度系に還元し，その振動データを抽出する．抽出する振動データは 20 周期分とする．2 段階推定では各次振動データより ARMA モデルと自己相関関数曲線適合により振動特性を推定する．

①ARMA モデルは，次式を用いて振動特性を推定する．

$$y(k)+a_1 y(k-1)+a_2 y(k-2)=e(k)+b_1 e(k-1) \qquad (4)$$

②自己相関関数曲線適合では，AR モデルで得られた ω_k と h_k を初期値として自己相関関数に曲線適合する．

$$R_k = A_{k1}\exp(-h_{k1}\omega_{k1}t)\cos(\omega_{k1}\sqrt{1-h_{k1}^2}\,t+\theta_{k1}) \qquad （A_{k1}：振幅，\theta_{k1}：位相のずれ） \qquad (5)$$

フィルタ処理後の自己相関関数 $\tilde{R}_k$ に（5）式を推定関数として曲線適合させる．非線形最小二乗法より二乗誤差 ε_{kt} を最小にするような最適なパラメータを決定する．二乗誤差 ε_{kt} は,

キーワード　常時微動　構造同定　AR モデル　ARMA モデル　曲線適合
連絡先：長崎大学工学部（〒852-8521 長崎市文教町 1-14　TEL 095-819-2615　FAX 095-819-2627）

$$\varepsilon_{kt} = \sum_{s=0}^{N-1} \left| \tilde{R}_k - R_k \right|^2 \qquad (6)$$

で表される．また，（5）の処理を行った場合，（6）式の誤差が大きくなる場合がある．この場合には，２自由度系の自己相関関数を適合させる．

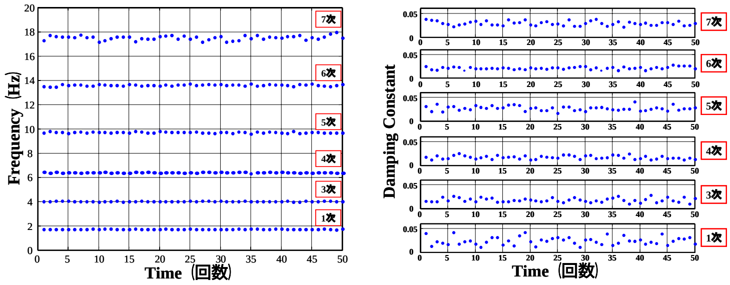
$$\begin{aligned} R_k &= B_{k1} \exp(-h_{k1}\omega_{k1}t) \cos(\omega_{k1}\sqrt{1-h_{k1}^2}\,t+\theta_{k1}) \\ &\quad + B_{k2} \exp(-h_{k2}\omega_{k2}t) \cos(\omega_{k2}\sqrt{1-h_{k2}^2}\,t+\theta_{k2}) \end{aligned} \qquad (7)$$

3．解析対象

解析対象は図-2 に示すランガー橋とする．このモデルの諸元を表-1 に，固有振動数を表-2 に示す．またモデルの減衰定数は各次数とも 0.02 とする．常時微動は節点②～⑨の鉛直方向に独立な白色雑音を与えた場合の変位応答とする．

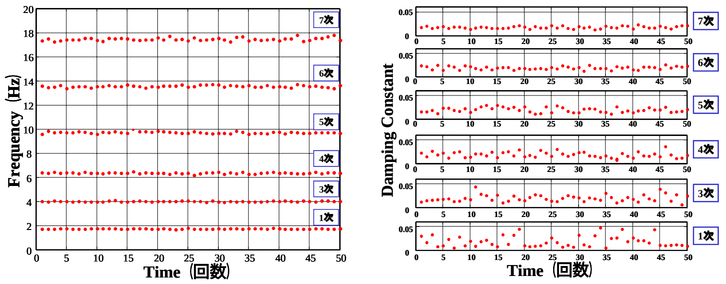
4．推定結果

観測点を節点②としたときの振動特性推定結果について検討する．AR モデルによる 1 段階推定結果を，各次振動の振動数と減衰定数について表したものが図-3(a) (b)である．同様に，2 段階推定結果を ARMA モデル, 自己相関関数曲線適合についてそれぞれ表したものが，図-4(a)(b)および図-5(a)(b)である．ここでは，推定の困難な減衰定数について検討する．これらの結果より推定減衰定数について比較を行ったものが表-3 である．また減衰定数の各モデルの平均と標準偏差の関係を示したものが図-6 である．1 段階推定の AR モデルの場合では，1 次振動と 7 次振動では，平均値を考えた場合誤差も大きく，また変動係数（ばらつき）も大きい．ARMA モデルおよび曲線適合による 2 段階推定を実施すると，平均値は仮定値に近づき，誤差が減少すると共に変動係数が小さくなり，明確な改善が認められる．ARMA モデルと曲線適合では，この事例の場合では, ARMA モデルによる推定法が良好な結果となっている．このように，1 段階推定結果を初期値とすることにより，2 段階推定では，高精度な推定が可能であることが確認できた．



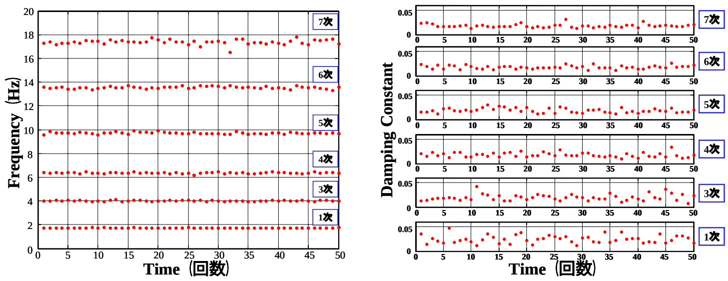
（a）振動数　　（b）減衰定数

図-3　AR モデルによる 1 段階推定



（a）振動数　　（b）減衰定数

図-4　ARMA モデルによる 2 段階推定



（a）振動数　　（b）減衰定数

図-5 自己相関関数曲線適合による 2 段階推定

表-3 減衰定数の比較

		仮定値 (Hz)	平均	標準偏差	変動係数(%)
1次	AR	0.0200	0.0252	0.0087	34.560
	ARMA		0.0190	0.0115	60.594
	曲線適合		0.0246	0.0081	33.127
3次	AR	0.0200	0.0238	0.0058	24.521
	ARMA		0.0197	0.0074	37.255
	曲線適合		0.0195	0.0066	33.648
4次	AR	0.0200	0.0202	0.0044	21.568
	ARMA		0.0193	0.0057	29.563
	曲線適合		0.0181	0.0047	26.128
5次	AR	0.0200	0.0234	0.0039	16.507
	ARMA		0.0197	0.0051	25.665
	曲線適合		0.0185	0.0047	25.617
6次	AR	0.0200	0.0228	0.0031	13.531
	ARMA		0.0193	0.0035	18.073
	曲線適合		0.0179	0.0034	19.166
7次	AR	0.0200	0.0381	0.0067	17.467
	ARMA		0.0181	0.0026	14.245
	曲線適合		0.0182	0.0035	19.437

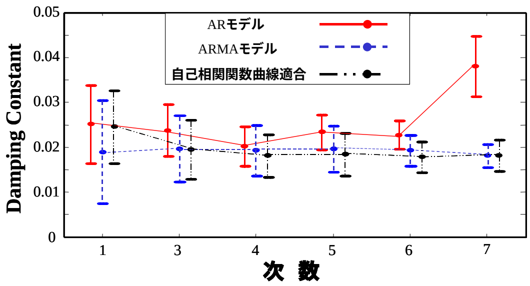


図-6 減衰定数の平均と標準偏差の関係

5．まとめ

本論文をまとめると，以下のようになる．

（1）AR モデル，ARMA モデル，自己相関関数曲線適合により振動特性を推定する手法を開発した．

（2）減衰定数は，1 段階推定に比べ，2 段階推定の方が仮定値に対する誤差が小さくなっていることが確認できた．

（3）振動数は，各モデルとも変動係数 1%程度で推定することができた．

[参考文献]　1）中宮，岡林，奥松：土木学会第 57 回学術講演会講演概要　Ⅰ-834，2002．10